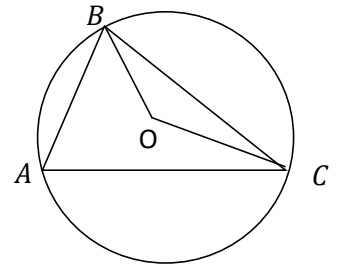


Մաթեմատիկայի օլիմպիադայի դպրոցական փուլ -2023-2024 ուստարի

10-րդ դասարան

Տևողությունը 2ժ. 30րոպե

1. Հայտնի է, որ $x + 3y = 10$, $xy = 7$: Գտնել $x^2 + 9y^2$ արտահայտության արժեքը:
1) 100 2) 58 3) 142 4) այլ պատասխան
2. Հայտնի է, որ $x^2 + 2xy = 3y^2$, որտեղ x, y -ը իրարից տարբեր իրական թվեր են: Հաշվել $\frac{x+2y}{x-y}$ արտահայտության արժեքը:
1) 5 2) 3 3) 2,5 4) այլ պատասխան
3. Գտնել $(x - 1)(x - 2)(x - 3) \dots (x - 10) \leq 0$ անհավասարման այն բոլոր լուծումների քանակը, որոնք ունեն $n + \frac{1}{2}$ տեսքը, որտեղ n -ը ամբողջ թիվ է:
1) 5 2) 6 3) 10 4) այլ պատասխան
4. Քանի՞ եղանակով է հնարավոր 4 տղայի և 3 աղջկա շարք կանգնեցնել այնպես, որ ցանկացած երկու աղջիկ կողք-կողքի չլինեն:
1) 1440 2) 60 3) 144 4) այլ պատասխան
5. Գտնել 50-ը չգերազանցող այն բնական թվերի քանակը, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի ճիշտ 4 հատ բնական բաժանարար:
1) 2 2) 13 3) 17 4) այլ պատասխան
6. Դիցուք a -ն այնպիսի թիվ է, որի համար $P(x) = x^3 + (a^2 - a)x + 2$ բազմանդամը $x - 1$ -ի բաժանելիս տալիս է 5 մնացորդ: Գտնել a -ի բոլոր հնարավոր արժեքների արտադրյալը:
1) 2 2) -2 3) -1 4) այլ պատասխան
7. ABC եռանկյան արտագծած է O կենտրոնով շրջանագիծ: Գտնել OBC անկյան աստիճանային չափը, եթե հայտնի է, որ $\angle BAC = 58^\circ$:
1) 64° 2) 32° 3) 58° 4) այլ պատասխան
8. 3 մ և 4 մ շառավիղներով երկու շրջանագծերի կենտրոնների հեռավորությունը 5 մ է: Քանի՞ մետր է այդ շրջանագծերի ընդհանուր լարի երկարությունը:
1) 2,4 2) 2,5 3) 4,8 4) այլ պատասխան
9. ABC եռանկյան AC կողմի վրա վերցված է D կետը: Հայտնի է, որ $AD = 9, DC = 16, BC = 20$: Գտնել $\frac{AB}{BD}$ կոտորակի արժեքը:
1) 1,25 2) 1,2 3) 0,8 4) այլ պատասխան
10. Գտնել $y = 2x - 1, y = 0,5x + 5$ և $y = 5 - x$ ուղիղներով սահմանափակված եռանկյան մակերեսը:
1) 18 2) 12 3) 6 4) այլ պատասխան
11. Հայտնի է, որ $x, y, y + 2x$ թվերը նշված կարգով կազմում են աճող երկրաչափական պրոգրեսիա: Գտնել այդ պրոգրեսիայի հայտարարը:
1) 1,5 2) 2 3) $\sqrt{2}$ 4) այլ պատասխան



12.

Տրված են 4 հատ A , 4 հատ B , 4 հատ C և 4 հատ D տառերը, որոնք պետք է լրացնել 4×4 չափի վանդակավոր տախտակի վանդակներում (յուրաքանչյուր վանդակում գրելով մեկ տառ և կիրառելով բոլոր նշված տառերը): Լրացված աղյուսակն անվանենք հայկական, եթե այն բավարարում է հետևյալ պայմաններին

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | B | C | D |
| C | D | A | B |
| B | A | D | C |
| D | C | B | A |

- (i) աղյուսակի յուրաքանչյուր հորիզոնական, ինչպես նաև յուրաքանչյուր ուղղահիգ տողի վրա չկան նույնանուն տառեր,
- (ii) վերին ամենաձախ և ստորին ամենաաջ վանդակներում գրված տառերը նույնանուն են:
- (iii) վերին ամենաաջ և ստորին ամենաձախ վանդակներում գրված տառերը նույնանուն են:

Գտնել բոլոր հնարավոր հայկական աղյուսակների քանակը:

[Նկարում պատկերված է հայկական աղյուսակի մեկ օրինակ]

- 1) 24 2) 48 3) 96 4) այլ պատասխան

13. Շրջանագծի AB և CD լարերը հատվում են K կետում, իսկ AC և DB ճառագայթները՝ E կետում: Գտնել ACD անկյան աստիճանային չափը, եթե $\angle AKD = 100^\circ$, $\angle AED = 30^\circ$:

- 1) 70° 2) 35° 3) 65° 4) այլ պատասխան

14. Դիցուք S -ը $y = \sqrt{4 - x^2}$ և $y = |x| - 2$ ֆունկցիաների գրաֆիկներով սահմանափակված պատկերի մակերեսն է: Գտնել այն ամենամեծ n բնական թիվը, որի համար $n \leq S$:

- 1) 14 2) 12 3) 10 4) այլ պատասխան

15. Գտնել այն բոլոր n բնական երկնիշ թվերի քանակը, որոնց համար $9^n + 3^n + 1$ թիվը բաժանվում է 7-ի:

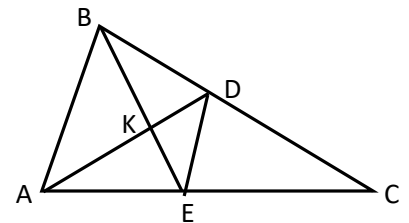
- 1) 30 2) 45 3) 60 4) այլ պատասխան

16. Գտնել այն ամենավոքոր բնական թիվը, որը 4-ի, 5-ի և 7-ի բաժանելիս տալիս է համապատասխանաբար 3, 4 և 3 մնացորդներ:

17. Գտնել ամենամեծ n բնական թիվը, որի համար $101! + 102! + \dots + 150!$ թիվը բաժանվում է 15^n -ի վրա:

18. Տրված է $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ բազմությունը: Դիցուք k -ն A բազմության ենթաբազմություններից կազմված այն (X, Y) զույգերի քանակն է, որ $X \subset Y$ և $X \neq Y$: Գտնել k -ի մնացորդը 59-ի բաժանելիս:

19. D և E կետերը գտնվում են ABC եռանկյան համապատասխանաբար BC և AC կողմերի վրա: BE և AD հատվածները հատվում են K կետում: Հայտնի է, որ ABK և DKE եռանկյունների մակերեսները համապատասխանաբար $4 u^2$ և $3 u^2$ են: Դիտարկվում են նշված պայմաններին բավարարող բոլոր հնարավոր ABC եռանկյունները և D, E կետերը: Հայտնի է, որ CDE եռանկյան մակերեսի փոքրագույն արժեքը (արտահայտված քառակուսի մետրերով) ներկայանում է $a + b\sqrt{p}$ տեսքով, որտեղ a -ն ու b -ն բնական թվեր են, p -ն պարզ թիվ է: Գտնել $a + 2b + 3p$ արտահայտության արժեքը:



20. Լճակում մի ուղղի վրա տեղադրված է 8 հատ քար: Սկզբնական պահին գորտը գտնվում է առաջին քարի վրա: Յուրաքանչյուր քայլում նա կարող է ցատկել հայտնվելով տվյալ քարից աջ գտնվող հաջորդ քարի վրա կամ այդ քարից հաշված նրանից աջ գտնվող երրորդ քարի վրա (օրինակ, եթե նա 2-րդ քարի վրա է, ապա նա ցատկ կատարելով կարող է հայտնվել 3-րդ կամ 5-րդ քարի վրա): Այն դեպքում, երբ գորտը մեծ ցատկ է կատարում (հայտնվելով տվյալ քարից հաշված երրորդ քարի վրա), ապա անտառապահը բոլոր քարերի վերջում ավելացնում է ևս երկու քար: Փոքր ցատկ կատարելու դեպքում անտառապահը նոր քար չի ավելացնում: Գորտը այսպես մի քանի ցատկ կատարելով ցանկանում է հասնել վերջին քարին: Քանի՞ եղանակով նա կարող է դա անել:

[Ենթադրվում է, որ եթե իր կանգնած քարից հետո 3-րդ քարը չկա, ապա նա այդ պահին մեծ ցատկ անել չի կարող]