

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա (15.12.2020թ.)

Դպրոցական փուլ

10-րդ դասարան /տևողությունը 150 րոպե/

- Հայտնի է, որ  $a + b = 5$ ,  $a^2 + b^2 = 14$ : Հաշվել  $a^3 + b^3$  արտահայտության արժեքը:  
1) 125                      2) 70                      3) 42,5                      4) 15
- Գտնել 1000-ի հետ փոխադարձաբար պարզ բնական եռանիշ թվերի քանակը:  
1) 360                      2) 540                      3) 630                      4) 270
- Գտնել  $a$ -ի այն ամբողջ արժեքների քանակը, որոնց դեպքում  $x^2 + (a - 1)x + a - 1 = 0$  հավասարումը արմատ չունի:  
1) 3                      2) 2                      3) 1                      4) այլ պատասխան
- Հայտնի է, որ  $x + y + z = 12$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 48$ : Գտնել  $3x - 2y - z$  արտահայտության արժեքը:  
1) 12                      2) 48                      3) 0                      4) այլ պատասխան
- $O$  կետը  $ABC$  եռանկյան ներգծած շրջանագծի կենտրոնն է: Հայտնի է, որ  $\angle BOC = 105^\circ$ ,  $BC = 10$ : Գտնել  $ABC$  եռանկյան արտագծած շրջանագծի շառավղի երկարությունը:  
1) 10                      2) 20                      3)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$                       4) այլ պատասխան
- Գտնել  $x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = 0$  հավասարման բոլոր արմատների քառակուսիների գումարը:  
1) 4                      2) 12                      3) 8                      4) այլ պատասխան
- Գրատախտակին գրված է 20 թիվը: Յուրաքանչյուր քայլում աշակերտը գրատախտակին գրված թվից հանում է 2 կամ 5: Քանի՞ եղանակով նա կարող է հասնել 0 թվին:  
1) 21                      2) 23                      3) 3                      4) այլ պատասխան
- $E$  կետը  $ABC$  եռանկյան արտագծած շրջանագծի  $A$  կետը չպարունակող  $BC$  աղեղի միջնակետն է: Գտնել  $\angle EBC$ -ն, եթե հայտնի է, որ  $AB = 10$ ,  $BC = 14$ ,  $AC = 16$ :  
1)  $30^\circ$                       2)  $45^\circ$                       3)  $60^\circ$                       4)  $90^\circ$
- Գտնել  $y = |x - 2|$  և  $y = 5 - |x - 1|$  ֆունկցիաների գրաֆիկներով սահմանափակված պատկերի մակերեսը:  
1) 10                      2) 11                      3) 12                      4) այլ պատասխան
- Քանի՞ ամբողջ թիվ է պարունակում  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{10 - x}$  ֆունկցիայի արժեքների տիրույթը:  
1) 1                      2) 4                      3) 5                      4) այլ պատասխան
- $O$  և  $I$  կետերը  $ABC$  եռանկյան համապատասխանաբար արտագծած և ներգծած շրջանագծերի կենտրոններն են: Գտնել  $\angle BIC$ -ն, եթե հայտնի է, որ  $\angle BOC = 150^\circ$ ,  $\angle BAC > 90^\circ$ :  
1)  $127^\circ 30'$                       2)  $141^\circ 30'$                       3)  $142^\circ 30'$                       4) այլ պատասխան

12.  $AD$ -ն և  $BE$ -ն  $ABC$  եռանկյան բարձրություններն են: Գտնել  $DE$  հատվածի երկարությունը, եթե հայտնի է, որ  $AB = 14$ ,  $AC = 6$ ,  $BC = 10$ :
- 1) 14    2) 8    3)  $7\sqrt{3}$     4) 7
13. Հայտնի է, որ խորանարդ աստիճանի  $P(x)$  բազմանդամը բաժանվում է  $Q(x) = x^2 - ax - 1$  և  $H(x) = x^2 + (a - 2)x - a$  բազմանդամների վրա, որտեղ  $a$ -ն ինչ-որ իրական թիվ է: Գտնել  $a$ -ի հնարավոր արժեքներից մեծագույնը:
- 1) 2    2) -1,5    3) 3    4) այլ պատասխան
14. Երկու աշակերտ գրքերի 9 վերնագրերից ընտրում են 5-ը այնպես, որ իրենց ընտրած վերնագրերից ճիշտ երկուսը համընկնեն: Ամենաշատը քանի՞ եղանակով նրանք կարող են կատարել այդ ընտրությունը:
- 1) 5040    2) 1260    3) 2520    4) այլ պատասխան
15. Գտնել այն ամենամեծ  $n$  բնական թիվը, որի համար  $8^{1001} - 1$  թիվը բաժանվում է  $7^n$ -ի:
- 1) 2    2) 15    3) 16    4) այլ պատասխան
16.  $ABCD$  քառանկյան անկյունագծերը հատվում են  $O$  կետում: Հայտնի է, որ  $AOB$  և  $COD$  եռանկյունների մակերեսները համապատասխանաբար հավասար են 8 և 12: Գտնել  $\angle BAD$  և  $\angle ADC$  անկյունների գումարի աստիճանային չափը, եթե հայտնի է, որ  $ABCD$  քառանկյունը նշված պայմաններին բավարարող այնպիսի քառանկյուն է, որն ունի փոքրագույն մակերես:
17. Քանի՞ եղանակով է հնարավոր ծածկել  $3 \times 15$  չափի ուղղանկյունը  $3 \times 1$  չափի իրար չճածկող ուղղանկյուններով: [Յուրաքանչյուր  $3 \times 1$  չափի ուղղանկյուն դրվում է այնպես, որ նրա  $1 \times 1$  չափի վանդակներից յուրաքանչյուրը համընկնի  $3 \times 15$  չափի ուղղանկյան  $1 \times 1$  չափի որևէ վանդակի հետ]
18. Ուղղանկյունանիստի հիմքը քառակուսի է: Այդ ուղղանկյունանիստի բոլոր կողերի գումարը 12 է: Գտնել այդպիսի ուղղանկյունանիստի լրիվ մակերևույթի մակերեսի մեծագույն արժեքը:
19. Դիցուք  $a, b$ -ն  $[0; 1]$  միջակայքի կամայական թվեր են: Ուղղանկյուն կոորդինատային հարթության մեջ նշված են բոլոր այն կետերը, որոնց կոորդինատներն են  $(3a - b, a + b)$ : Գտնել ստացված երկրաչափական պատկերի մակերեսը:
20.  $ABCD$  ուռուցիկ քառանկյան մեջ՝  $AB = AD$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $BC = CD = 2$ : Գտնել այդպիսի քառանկյան մակերեսի մեծագույն արժեքի ամբողջ մասը: