

# ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

10-րդ դասարան

Երկրորդ օր (20 փետրվարի 2022թ)

4. Դիցուք եռանկյան կողմերի երկարություններն են  $a$ ,  $b$  և  $c$ , ընդ որում փեղի ունի

$$\frac{1}{a+b-c} + \frac{1}{b+c-a} + \frac{1}{c+a-b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

հավասարությունը: Ապացուցել, որ եռանկյունը հավասարակողմ է:

5. Դիցուք  $R$  շառավղով շրջանագծին ներգծած  $ABC$  սուրանկյուն եռանկյան  $BD$  բարձրության շարունակությունը շրջանագիծը երկրորդ անգամ հատում է  $E$  կետում: Դիցուք  $K$ -ն  $BE$  հատվածի այնպիսի կետ է, որ  $BK \leq \frac{BE}{2}$ : Ապացուցել, որ  $AK + KC \geq 2R$ :

6. Գրափախարակին գրված է 2022 թիվը և փրված է  $k$  բնական թիվը: 2 դասընկեր խաղում են "գրիր 0" խաղը. հաջորդաբար կատարում են քայլեր, յուրաքանչյուր քայլի գրափախարակին գրված թիվը փոխարինելով կան  $k$ -ով մեծ, կան  $k + 1$ -ով փոքր թվով: Նախընտրված է նա, ով առաջինը գրափախարակին գրի 0 թիվը: Պարզել, թե  $k$ -ի ո՞ր արժեքների դեպքում առաջինը քայլ կատարողն ունի հաղթական մարտավարություն:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր