10-րդ դասարան

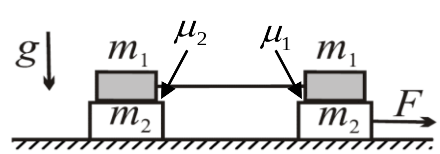
1. Գետով շարժում է նավակը, իսկ գետի ափի երկայնքով անցնող ճանապարհով շարժվում է ավտոբուսը: Դրանք միաժամանակ դուրս են գալիս A վայրից դեպի B և հասնելով վայրերից մեկին շրջվում են : Առաջին հանդիպումը տեղի է ունեցել այն ժամանակ, երբ ավտոբուսը անցավ A-ից ամբողջ տարածության 5/9-ը, երկրորդ հանդիպումը տեղի է ունեցել այն ժամանակ, երբ B-ից առաջին անգամ վերադառնալուց ավտոբուսը անցել էր B-ից մինչև Ա ամբողջ տարածության 1/8 մասը: Առաջին անգամ ավտոբուսը ժամանեց B նավակից 16 րոպե ավելի ուշ: Շարժման մեկնարկից քանի ժամ անց, ավտոբուսը ու նավակը առաջին անգամ միաժամանակ կլինեն A-ում: Նավակի արագությունը ջրի նկատմամբ և ավտոբուսի արագությունը հաստատուն են:

Լուծում.

$$\frac{\frac{5}{9}S}{v_{\text{ա}}}=\frac{S}{v_{\text{ն}}+v_{\text{գ}}}+\frac{\frac{4}{9}S}{v_{\text{ն}}-v_{\text{գ}}},\quad \frac{\frac{9}{8}S}{v_{\text{ա}}}=\frac{\frac{15}{8}S}{v_{\text{ն}}+v_{\text{գ}}}+\frac{S}{v_{\text{ն}}-v_{\text{գ}}}:\quad \frac{S}{v_{\text{ա}}}-\tau=\frac{S}{v_{\text{ն}}+v_{\text{գ}}}:$$

Առաջին երկու հավասարումից ստանում ենք $\frac{S}{v_{\text{ա}}}=\frac{3S}{v_{\text{ն}}+v_{\text{գ}}}$, ստացված առնչությունից և 3-րդ հավասարումից ստանում ենք $\frac{S}{v_{\text{ա}}}=\frac{3}{2}\tau=24$ր: Դա նշանակում է, որ ավտոբուսը վերադառնում է A յուրաքանչյուր 48ր: Նավակը A-ից B հասնում է 24/3=8ր: Երկրորդ հավասարումից ստանում ենք՝ $\frac{S}{v_{\text{ն}}-v_{\text{գ}}}=\frac{9}{8}\cdot 24-\frac{15}{8}\cdot 8=12$ ր: Այսպիսով նավակը վերադառնում է A յուրաքանչյուր 12+8=20ր: Շարժման մեկնարկից քանի ժամ անց, ավտոբուսը ու նավակը առաջին անգամ միաժամանակ կլինեն A-ում եթե գտնեն այնպիսի ամբող թվեր $n,\ m$, որպեսզի $48\cdot n=20\cdot m$: Ակնհայտ է, որ նվազագույն այդպիսի թվերն են n=5, m=12: Դա տեղի կունենա շարժումը սկսելուց 240ր=4ժ հետո:

2 .Ողորկ հորիզոնականսեղանի վրա դրված է բեռների համակարգ: Շփման գործակիցը աջ $m_1=1$կգ և $m_2=2$կգ բեռների միջև $\mu_1=0.4$ է, ձախ $m_1=1$կգ և $m_2=2$կգ բեռների միջև՝ $\mu_2=0.1$: Աջ կողմի ներքևի բեռը F ուժով, ինչպես ցույց է տրված նկարում, ձգում են սեղանի երկայնքով: Գտեք համակարգի բոլոր բեռների արագացումները ազդող ուժի տարբեր արժեքների դեպքում:



Լուծում Առավելագույն շփման ուժը հետևի մարմինների միջև $F_2=\mu_2 m_1 g=1$Ն կարող է հաղորդել $m_2=2$կգ զանգվածով մարմնին $a_2=0,5$մ/վ² արագացում Այդ դեպքում առջևի մարմինների միջև շփման ուժը պետք է հաղորդի այդ նույն արագացումը $2m_1+m_2=4$կգ զանգվածով համակարգին, ինչի համար կպահանջվի $4\cdot 05=2$Ն ուժ: Դաղարի շփման առավելագույն արժեքը առջևի մարմինների միջև $F_2=\mu_1 m_1 g=4$Ն, ինչը նշանակում է, որ այդտեղ սահք չկա: քանի ով լրիվ համակարգի զանգվածը 6կգ է, ստանում ենք որ քանի դեռ $F\le 6\cdot 0.5=3$Ն, համակարգում հարաբերական շարժում չկա և $a=\frac{F}{2(m_1+m_2)}$: Իրար միացված $m_1=1$կգ զանգվածների հնարավոր առավելագույն արագացումը հավասար է $a_1=\frac{m_1 g(\mu_1-\mu_2)}{2m_1}=1.5$մ/վ², ինչի դեպքում $F=m_2 a_1+\mu_1 m_1 g=7$Ն:

Այսպիսով ստանում ենք, որ երբ

$F \le 6 \cdot 0.5 = 3$Ն բոլոր մարմինները շարժվում են իրար հետ $a = \dfrac{F}{2\left(m_1 + m_2\right)}$ արագացմամբ:

$3 \le F \le 7$Ն, ձախ m_2 զանգվածով մարմինը շարժվում է $a_2 = 0,5$մ/վ² արագացմամբ, մնացած մարմինները՝ $a = \dfrac{F - \mu_2 m_1 g}{2m_1 + m_2}$ արագացմամբ:

Երբ $F > 7$Ն ձախ m_2 զանգվածով մարմինը շարժվում է $a_2 = 0,5$մ/վ² արագացմամբ, m_1 զանգվածով մարմինները շաժվում են $a_1 = \dfrac{m_1 g\left(\mu_1 - \mu_2\right)}{2m_1} = 1.5$մ/վ² արագացմամբ, իսկ աջ m_2 զանգվածով մարմինը շարժվում է $a = \dfrac{F - \mu_1 m_1 g}{m_2}$ արագացմամբ:

3.V = 1.5 լ ծավալով երկու նույնանման անոթներից, յուրաքանչյուրում կա 1 լ ջուր, առաջինում ՝ $t_1 = 0^0 C$, երկրորդում՝ $t_2 = 100^0 C$ ջերմաստիճանի ջուր: Անոթների ջրի ջերմաստիճանը հավասարեցնելու համար տաք ջուրը լցնում է սառը ջրով լի անոթի մեջ մինչև եզրը, այնուհետև ջերմաստիճանը հավասարվելուց հետո խառնուրդը լցնում են տաք ջրով անոթի մեջ մինչև եզրը, և այսպես շարունակ: Քանի այդպիսի փոխներարկումներ հետո ջրի ջերմաստիճանները անոթներում կտարբերվեն ավելի քիչ քան $\Delta t = 1^0 C$ -ով: Անոթների ջերմունակությունը և ջերմային կորուստները անտեսեք:

Լուծում. Եթե նշանակենք ջրի զանգվածները անոթներում m ապա առաջին փոխներարկումից հետո ջրի ջերմաստիճանը առաջին անոթում կվորոշվի ջերմային հաշվեկշռի հավասարումից՝

$cm \cdot 0 + c\dfrac{m}{2} \cdot 100 = \dfrac{3}{2}cm\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = 100/3 \approx 33^0 C$, ուստի ջերմաստիճանների տարբերությունը մոտ $66^0 C$:

Այժմ մենք ունենք երկու անոթ, որոնցից առաջինում ջերմաստիճանը θ_1 է, երկրորդում՝ θ_2: Եթե առաջին անոթից ջուրը լցնենք երկրորդը, ունենք

$$cm \cdot \theta_1 + c\frac{m}{2} \cdot \theta_2 = \frac{3}{2}cm\theta_2' \Rightarrow \theta_2' = \frac{2}{3}\theta_1 + \frac{1}{3}\theta_2 :$$

Հաջորդ փոխներարկումից հետո ունենք

$$cm \cdot \theta_2' + c\frac{m}{2} \cdot \theta_1 = \frac{3}{2}cm\theta_1' \Rightarrow \theta_1' = \frac{2}{3}\theta_2' + \frac{1}{3}\theta_1 :$$

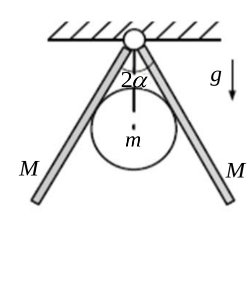
Ջերմաստիճանների տարբերությունը այժմ հավասար է

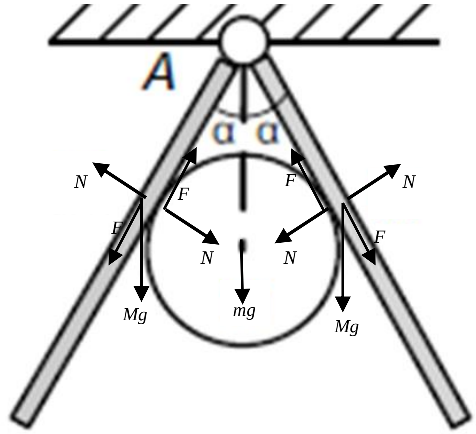
$$\theta_2' - \theta_1' = \theta_2' - \left(\frac{2}{3}\theta_2' + \frac{1}{3}\theta_1\right) = \frac{1}{3}\theta_2' - \frac{1}{3}\theta_1 =$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\theta_1 + \frac{1}{3}\theta_2\right) - \frac{1}{3}\theta_1 = \frac{1}{9}\left(\theta_2 - \theta_1\right)$$

Ուստի յուրաքանչյուր հաջորդ երկու փոխներարկումից հետո ջերմաստիճանների տարբերությունը անոթներում փոքրանում է 9 անգամ: Այսպիսով 5 փոխներարկումից հետո ջրի ջերմաստիճանները անոթներում կտարբերվեն $\Delta t = \dfrac{67}{81} < 1^0 C$ -ով:

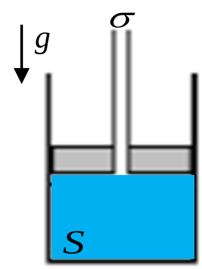
4. Հոդակապին միացված երկու միանման M զանգվածով տախտակների միջև տեղադրված է m զանգվածով գունդ, որը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում: Տախտակների կազմած անկյունը 2α է: Տախտակների և գնդի միջև շփման գործակցի ինչպիսի՞ արժեքների դեպքում հնարավոր է հավասարակշռությունը:





Լուծում. Նկարում ցույց են տրված մարմինների վրա ազդող ուժերը: Տախտակների Հավասարակշռության պայմանից ստանում ենք $N \cdot L/2 + F \cdot 0 - Mg \cdot L/2 \sin\alpha = 0$, որտեղ հաշվի է առված, որ A կետի նկատմամբ F շփման ուժի բազուկը զրո է: Այսպիսով ունենք, որ հակազդեցության N ուժը՝ $N = Mg\sin\alpha$: Գնդի հավասարակշռության պայմանից ունենք $2F\cos\alpha = 2N\sin\alpha + mg$: Ուրեմն $F = \dfrac{\left(2M\sin^2\alpha + m\right)g}{2\cos\alpha}$: Քանի որ F դադարի շփման ուժն է՝ $F \le \mu N$, որտեղից ստանում ենք, որ հավասարակշռությունը հնարավոր է, եթե

$$\mu \ge \frac{2M\sin^2\alpha + m}{2M\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{2M\sin^2\alpha + m}{M\sin 2\alpha}:$$



5. S հատույթի մակերես ունեցող ուղղահայաց կանգնած գլանի մեջ լցված ρ խտությամբ հեղուկը վերևից փակ է m զանգվածով մխոցով, որի մեջ տեղադրված է σ մակերեսով երկար խողովակ (տե՛ս նկ.): Մխոցը պահում են այնպիսի դիրքում, որ հեղուկը չի լցվում խողովակի մեջ: Այնուհետև մխոցը բաց են թողնում: Ինչքա՞ն ջերմաքանակ կանջատվի մինչ մխոցի կանգ առնելը: Ազատ անկման արագացումը g է: Խողովակը այնքան երկար է, որ նրա մեջ տեղավորվում է գլանի մեջ գտնվող հեղուկը:

Լուծում. Մխոցը բաց թողնելուց հետո այն իջնում է այնքան, մինչև խողովակում բարձրացած հեղուկի ճնշման ուժը չի հավասարակշռում մխոցի ծանրության ուժը՝ $mg = \rho gh\left(S - \sigma\right)$: խողովակում հեղուկի զանգվածը՝ $m_1 = \rho h\sigma$, իսկ մխոցը իջել է $x = h\sigma/S$: Անջատված ջերմաքանակը հավասար է մեխանիկական էներգիայի փոփոխությանը՝

$$Q = mgx - m_1\left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2}\right) = mgh\frac{\sigma}{S} - \frac{\rho gh^2}{2}\left(1 - \frac{\sigma}{S}\right) = \frac{m^2 g\sigma}{2\rho S\left(S - \sigma\right)}:$$

Եթե մխոցը ծանր է նա կհասնի անոթի հատակին: Դիցուք սկզբնական վիճակում հեղուկի բարձրությունը H է: Այդ դեպքում $h\sigma = HS$ ու մխոցը կհասնի հատակին, եթե

$$mg > \rho gh\left(S - \sigma\right) = \rho gHS\left(S/\sigma - 1\right):$$

Այդ դեպքում անջատված էներգիան կլինի

$$Q = mgH - m_1\left(\frac{h}{2} - \frac{H}{2}\right) = mgH - \frac{\rho gH^2 S}{2\sigma}\left(S - \sigma\right)$$

Եթե $mg = \rho gHS\left(S/\sigma - 1\right)$ երկու պատասխանները համընկնում են: