2013թ. դպրոցականների աստղագիտական օլիմպիադայի մարզային փուլի խնդիրներ

1. **Թռիչք դեպի Մարս:** Արբանյակը Մարս է ուղարկվում էլիպսաձև ուղեծրով, որը շոշափում է երկու մոլորակների՝ Երկրի և Մարսի ուղեծրերը (Հոհմանի ուղեծիր): Որքա՞ն ժամանակ կտևի արբանյակի թռիչքը մինչ Մարս հասնելը: Մարսի դիմակայությունից քանի՞ օր առաջ պետք է արձակել արբանյակը: Ի՞նչ օգուտ է տալիս նման ուղեծիրը: Ընդունել, որ մոլորակների ուղեծրերը շրջանագծային են և գտնվում են նույն հարթության մեջ: **6 միավոր**

Լուծում.՝

Նկարից հետևում է, որ Հոհմանի ուղեծրի մեծ կիսաառանցքը հավասար է.՝

$$a_H = \frac{a_M + a_E}{2}$$

Օգտվելով Կեպլերի 3-րդ օրենքից կարելի է որոշել արբանյակի՝ Հոհմանի ուղեծրով պտույտի կիսապարբերությունը, որը հավասար է թռիչքի տևողությանը և Մարսի դիրքը.՝

$$T_{1/2} = 0.707\text{տ},\ \theta = 44.°6$$

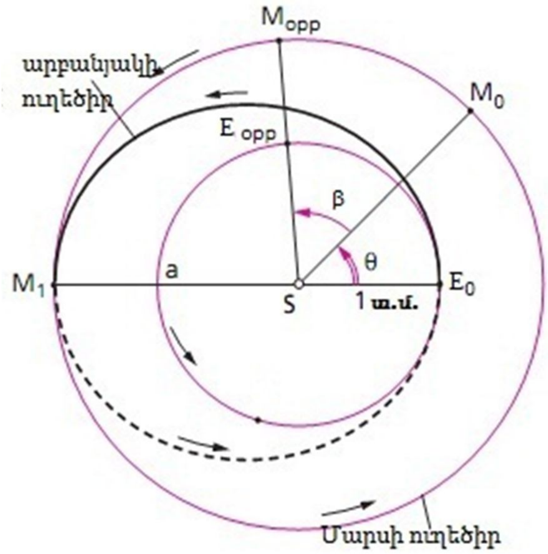
Մինչ դիմակայություն Երկրի շառավիղ վեկտորը կգծի θ+β անկյուն, իսկ Մարսինը β: Հետևաբար,

$$\theta + \beta = 360° \cdot \left(\frac{t}{1.00}\right), \qquad \beta = 360° \cdot \left(\frac{t}{1.88}\right)$$

Այստեղից.՝

$$t \approx 0.265\text{տ} \approx 97\,\text{օր}, \qquad \beta \approx 51°$$

Այս ուղեծիրը թույլ տալիս օգտագործել Արեգակի գրավիտացիան և խնայել արբանյակային վառելիքը



2. Հաշվել Երկրի և Արեգակի միջին խտությունների հարաբերությունը: Տրված են.՝

- Արեգակի անկյունային տրամագիծը – $\theta = 0.5^{\circ}$
- տարվա տևողությունը – $t \approx 3 \cdot 10^{7}$վ
- ծանրության ուժի արագացումը – $g \approx 10$ մ/վ^2
- Երկրի մակերևույթին 1° աշխարհագրական լայնությանը համապատասխանող երկարությունը – $s \approx 100$կմ: **5 միավոր**

Լուծում.՝ Կեպլերի օրենքից ունենք.՝

$$\frac{GM_{\odot}}{r^3} = \frac{4\pi^2}{t^2} \quad , \qquad \frac{2R_{\odot}}{r} = \theta\,\frac{2\pi}{360} \quad r = \frac{360R_{\odot}}{\theta\pi}$$

$$\frac{GM_{\odot}}{{R_{\odot}}^3} = \frac{4\pi^2}{t^2}\left(\frac{360}{\theta\pi}\right)^3$$

Մյուս կողմից՝

$$g = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^2}\ , \quad R_{\oplus} = \frac{360 \cdot s}{2\pi} \rightarrow \quad \frac{g}{R_{\oplus}} = \frac{2\pi g}{360 \cdot s} = \frac{GM_{\oplus}}{R_{\oplus}^3}$$

Հետևաբար.՝

$$\frac{\rho_{\odot}}{\rho_{\oplus}} = \frac{\frac{4\pi^2}{t^2}\left(\frac{360}{\theta\pi}\right)^3}{\frac{2\pi g}{360 \cdot s}} \approx 3.3$$

3. Կրկնակի, ոչ խավարուն աստղի բաղադրիչներից մեկը փոփոխական է 1ᵐ ամպլիտուդով: Արդյունքում կրկնակի աստղի աստղային մեծությունը փոխվում է 0.ᵐ64-ից մինչև 0.ᵐ25: Գտնել կրկնակի աստղի բաղադրիչների աստղային մեծությունները: **4 միավոր**

Լուծում.՝

Ունենք հավասարումների հետևյալ համակարգը.՝

$$-1.00 = -2.5lg\frac{F_{1max}}{F_{1min}}$$

$$0.25 = -2.5lg(F_{1max} + F_2) + C \quad \rightarrow$$

$$0.64 = -2.5lg(F_{1min} + F_2) + C \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \; 0.39 = -2.5lg\left(\frac{F_{1min} + F_2}{2.5F_{1min} + F_2}\right)$$

Վերջին հավասարումից գտնելով $\frac{F_{1min}}{F_2}$ հարաբերությունը, 2 և 3 հավասարումներից կարելի որոշել բաղադրիչների աստղային մեծությունները.՝

$$m_{1min} = -2.5lg(F_{1min}) + C \approx 2^m$$

$$m_2 = -2.5lg(F_2) + C = 1^m$$

4. Մարսի երկու հաջորդական դիմակայությունների միջև ընկած ժամանակը կազմում է 779.9 օր: Գտնել Մարսի ուղեծրի մեծ կիսաառանցքը: **3 միավոր**

Լուծում.՝

Խնդրի պայմանից հետևում է, որ սինոդիկ պարբերությունը հավասար է 779,9 օրվա: Գտնելով սիդերիկ պարբերությունը և կիրառելով Կեպլերի երրորդ օրենքը կստանանք.՝

a = 1.52 ԱՄ:

5. **Հյոդելի տիեզերքը (1949թ.)**: Հյոդելի տիեզերքը դա հաստատուն R շառավիղ ունեցող պտտվող տիեզերքն է: Գնահատել այդպիսի տիեզերքի պտտման ω անկյունային արագությունը, ընդունելով, որ տիեզերքի միջին խտությունը հավասար է $\rho \approx 10^{-29}$գ/սմ^3: **2 միավոր**

Լուծում.՝

Հյոդելի տիեզերքի հասարակածային հարթության մեջ գտնվող և նրա մակերևույթին ամրացված ***m*** զանգված ունեցող մասնիկի վրա ազդում են F_g գրավիտացիոն և F_i կենտրոնախույս ուժերը:

$$F_g = \frac{GMm}{R^2}$$

$$F_i = m\omega^2 R$$

որտեղ M-ը տիեզերքի զանգվածն է.՝

$$M = \rho \frac{4\pi R^3}{3}$$

Այդ ուժերի հավասարակշռության պայմանից հետևում է.՝

$$F_g = F_i \quad \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}} = 1.7 \cdot 10^{-18} /վ$$

Հանձնաժողովի նախագահ Ա.Հակոբյան