**Գրիգոր Բաղդասարյանի անվ. օլիմպիադա-2012**

**Մաթեմատիկա**

 **IX դասարան**

1) Գոյություն ու՟նի եռանկյուն, որի $a,b,c$ երկարությամբ կողմերը բավարարում են

$2\left(a^{4}+b^{4}+c^{4}\right)=\left(a^{2}+b^{2}+c^{2}\right)^{2}$ հավասարությանը:

2) Վեց բնական թվերի գումարը հավասար է $2013$: Գտնել այդ թվերի ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկի հնարավոր փոքրագույն արժեքը:

3) $ABC$ հավասարասրուն ուղղանկյուն եռանկյում $AB$ էջի և $AC$ ներքնաձիգի վրա նշված են $E$ և $F$ կետեր այնպես, որ $AE=EB$ և $AF=3CF$:$F$ կետից $AC$–ին տարված ուղղահայացը $AB$ էջը հատում է $P$ կետում: Ապացուցել, որ $∠AFE=∠BFP$:

 **X դասարան**

1) Դիցուք $a,b,c>0$ իրական թվեր են այնպես, որ $ab+bc+ac=1$: Ապացուցել, որ

$\frac{a+c}{\sqrt{1+b^{2}}}+\frac{b+a}{\sqrt{1+c^{2}}}+\frac{c+b}{\sqrt{1+a^{2}}}\geq 3$:

2) $ABC$ ուղղանկյուն եռանկյունում $BC$ էջի և $AC$ ներքնաձիգի վրա նշված են համապատասխանաբար $E$ և $F$ կետեր այնպես, որ $EF⊥AC$: Դիցուք $N$-ը և $M$-ը համապատասխանաբար $E$ և $A$ կետերից $BF$ հատվածին տարված ուղղահայացների հիմքերն են:Ապացուցել, որ $MF=BN$:

3) Ապացուցել, որ $P\left(x\right)=x^{2n}+2011^{2012}x^{2n-1}+2012^{2013}$ բազմանդամը կամայական

$n\in N$–ի դեպքում ամբողջ արմատ չունի:

 **XI Դասարան**

1. Դիցուք $2<a\leq 4, 2<b\leq 4, 2<c\leq 4$ : Ապացուցել, որ

$$\frac{a}{b^{2}-c}+\frac{b}{c^{2}-a}+\frac{c}{a^{2}-b}\geq 1$$

2) $A\_{1}A\_{2}\cdots A\_{20}$ քսանանկյան կողմերը և անկյունագծերը ներկված են սև և սպիտակ գույներով, ընդորում սպիտակ հատվածների քանակը $18$ է: Ապացուցել, որ քսանանկյան կամայական $A\_{i}$ և $A\_{j}\left(1\leq i;j\leq 20\right)$ գագաթների համար գոյություն ունի այդ գագաթները միացնող սև գույնի օղակներով բեկյալ:

3) $AA\_{1},BB\_{1},CC\_{1}$–ը $ABC$ սուրանկյուն եռանկյան բարձրություններն են: Ապացուցել, որ $B\_{1}C\_{1},A\_{1}B\_{1}$ և $BC$ հատվածների միջնակետերը գտնվում են մի ուղղի վրա այն և միայն այն դեպքում, երբ $∠BCA=45°$:

 **XII Դասարան**

1) $A\_{1}A\_{2}\cdots A\_{20}$ քսանանկյան կողմերը և անկյունագծերը ներկված են սև և սպիտակ գույներով, ընդորում սպիտակ հատվածների քանակը $18$ է: Ապացուցել, որ քսանանկյան կամայական $A\_{i}$ և $A\_{j}\left(1\leq i;j\leq 20\right)$ գագաթների համար գոյություն ունի այդ գագաթները միացնող սև գույնի օղակներով բեկյալ:

2) $AA\_{1},BB\_{1},CC\_{1}$–ը $ABC$ սուրանկյուն եռանկյան բարձրություններն են: Ապացուցել, որ $B\_{1}C\_{1},A\_{1}B\_{1}$ և $BC$ հատվածների միջնակետերը գտնվում են մի ուղղի վրա այն և միայն այն դեպքում, երբ $∠BCA=45°$:

3) Դիցուք $a,b,c>0$ իրական թվեր են այնպես, որ $ab+bc+ac\geq 3$: Ապացուցել, որ

$\frac{a}{a^{3}+c^{3}+b^{2}}+\frac{b}{a^{3}+b^{3}+c^{2}}+\frac{c}{b^{3}+c^{3}+a^{2}}\leq 1$: