ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
(ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ)

ԵՐԵՎԱՆԻ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

Պոլիտեխնիկական Միջվարժարանային ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

X ԴԱՍԱՐԱՆ

1. **(3 միավոր)** Հարթության վրա տրված են m զուգահեռ ուղիղներ և նրանց հատող k զուգահեռ ուղիղներ: Քանի՞ զուգահեռագիծ կառաջանա, եթե.
   ա) $m=3$, $k=4$,
   բ) $m=k=5$,
   գ) m-ը և k-ն 1-ից մեծ կամայական բնական թվեր են:

2. **(4 միավոր)** Ապացուցել անհավասարությունը.
   $$\sqrt{2}+\sqrt[3]{\frac{3}{2}}+\sqrt[4]{\frac{4}{3}}+\sqrt[5]{\frac{5}{4}}+\cdots+\sqrt[100]{\frac{100}{99}}<100:$$

3. **(4 միավոր)** Ապացուցել, որ հնարավոր է ընտրել իրարից տարբեր 2017 բնական թվեր, որոնց քառակուսիների գումարը լրիվ քառակուսի է:

4. **(4 միավոր)** Շրջանագծի AB լարի C միջնակետով տարված են DE և KF լարերը, իսկ DF-ը և KE-ն AB լարի հետ հատվում են համապատասխանաբար M և N կետերում: Ապացուցել, որ $CM=CN$:

5. **(5 միավոր)** Գրատախտակին գրված են 1-ից մինչև n բնական թվերը: Թույլատրվում է յուրաքանչյուր քայլում այդ թվերից երկուսը փոխարինել նրանց տարբերության մոդուլով: Հնարավո՞ր է, արդյոք, այդպիսի քայլերի միջոցով գրատախտակին ունենալ միայն 0 թիվը: Եթե այո, ապա նշել այն բոլոր n թվերը, որոնց դեպքում դա իրագործելի է:

Հանձնաժողովի նախագահ՝ Արարատ Հունանյան

Դպրոցի տնօրեն՝ Արման Առաքելյան

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
(ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ)

ԵՐԵՎԱՆԻ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

Պոլիտեխնիկական Միջվարժարանային ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ
XI ԴԱՍԱՐԱՆ

1. **(4 միավոր)** Գտնել a թվի ամբողջ մասը, եթե

$$a = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{9999}} + \frac{1}{\sqrt{10000}}:$$

2. **(4 միավոր)** Տրված է $f(x) = \dfrac{4^x}{4^x + 2}$, $(x \in R)$ ֆունկցիան: Գտնել գումարը՝

$$f\left(\frac{1}{1000}\right) + f\left(\frac{2}{1000}\right) + f\left(\frac{3}{1000}\right) + \ldots + f\left(\frac{999}{1000}\right):$$

3. **(4 միավոր)** Տրված է $x_n = n^2 + n + 41$ ընդհանուր անդամով (x_n) հաջորդականությունը:
   ա) Միմյանց հաջորդող ամենաշատը քանի՞ անդամներ կլինեն, որոնցից յուրաքանչյուրը պարզ թիվ է:
   բ) Հնարավո՞ր է ընտրել միմյանց հաջորդող հարյուր անդամներ, որոնցից յուրաքանչյուրը լինի բաղադրյալ թիվ:
4. **(3 միավոր)** Հնարավո՞ր է կոորդինատային հարթության վրա պատկերել այնպիսի շրջանագիծ, որը.
   ա) պարունակի ռացիոնալ կոորդինատներով միայն մեկ կետ,
   բ) պարունակի ռացիոնալ կոորդինատներով միայն երկու կետ:

5. **(5 միավոր)** Հարթության վրա տրված է $ABCDE$ ուռուցիկ հնգանկյունը: Այդ հնգանկյան ցանկացած երեք գագաթներով կազմված եռանկյան միջնագծերի հատման կետը ուղղի հատվածով միացվում է մյուս երկու գագաթները միացնող հատվածի միջնակետին: Ապացուցել, որ այդպիսով ստացված բոլոր տասը հատվածները հատվում են մի կետում:

Հանձնաժողովի նախագահ՝ **Արարատ Հունանյան**

Դպրոցի տնօրեն՝ **Արման Առաքելյան**

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
(ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ)

ԵՐԵՎԱՆԻ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

Polytechnic High School of Yerevan

Պոլիտեխնիկական Միջվարժարանային ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

XII ԴԱՍԱՐԱՆ

1. **(4 միավոր)** Ապացուցել, որ (a_n) հաջորդականությունը նվազող է.

$$a_n=\frac{1}{n^2+1}+\frac{1}{n^2+2}+\ldots+\frac{1}{(n+1)^2}:$$

2. **(3 միավոր)** Տարածության մեջ տրված է ռացիոնալ կոորդինատներով A կետը: Գոյություն ունի՞ A կետը պարունակող գնդային այնպիսի մակերևույթ , որում A-ն լինի միակ ռացիոնալ կոորդինատներով կետը:

3. **(4 միավոր)** Տրված է $f(x)=\frac{4^x}{4^x+2}$, $(x\in R)$ ֆունկցիան: Գտնել գումարը՝

$$f\left(\frac{1}{1000}\right)+f\left(\frac{2}{1000}\right)+f\left(\frac{3}{1000}\right)+\ldots+f\left(\frac{999}{1000}\right):$$

4. **(4 միավոր)** Ապացուցել, որ ցանկացած $n\in N$ դեպքում

$$\mathrm{tg}^{2n}\frac{\pi}{12}+\mathrm{ctg}^{2n}\frac{\pi}{12}$$

թիվն ամբողջ է և այն կարելի է ներկայացնել միմյանց հաջորդող երեք ամբողջ թվերի քառակուսիների գումարի տեսքով:

5. **(5 միավոր)** $ABCD$ քառանիստին ներգծված է O կենտրոնով և r շառավղով գունդ: AO, BO, CO և DO ուղիղները նիստերը հատում են համապատասխանաբար A_1, B_1, C_1 և D_1 կետերում: Ապացուցել, որ

$$AA_1+BB_1+CC_1+DD_1\geq 16\cdot r:$$

Հանձնաժողովի նախագահ՝ **Արարատ Հունանյան**

Դպրոցի տնօրեն՝ **Արման Առաքելյան**