

Ա.Շահինյանի ծննդյան 110-ամյակին նվիրված միջվարժարանային
օլիմպիադա

Մաթեմատիկա - 9-րդ դասարան

1. Հայտնի է, որ գոյություն ունեն m և n ամբողջ թվեր այնպիսին, որ $\frac{n^3}{m-n}$ թիվը ամբողջ է: Ապացուցել, որ $\frac{m^{2017}}{m-n}$ թիվը նույնպես ամբողջ է:
2. Դիցուք a -ն գրոյից տարբեր իրական թիվ է և հայտնի է, որ x_1 -ը և x_2 -ը $x^2 + ax - \frac{1}{2a^2} = 0$ հավասարման արմատներն են:
Ապացուցել, որ $x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$:
3. Դիցուք ABC սուրանկյուն եռանկյան AB, BC, CA կողմերի վրա համապատասխանաբար նշված են M, N, K կետերը այնպես, որ $\angle AMK = \angle BMN = \angle ACB$: L -ով նշանակենք AN և BK հատվածների հատման կետը: Ապացուցել, որ C, K, L, N կետերը գտնվում են միևնույն շրջանագծի վրա:
4. Գտնել այն (m, n) բնական թվազույգերի քանակը, որոնց ամենափոքր ընդհանուր բազմապատիկը հավասար է 2000-ի: