

**Ա.Շահինյանի ծննդյան 110-ամյակին նվիրված միջվարժարանային
օլիմպիադա**

Մաթեմատիկա - 11-12-րդ դասարաններ

1. Գոյություն ունի՞ արդյոք բնական թիվ, որի տասնորդական գրառումը բաղկացած է միայն երկուսներից, և որը հնարավոր է ներկայացնել երեք հաջորդական բնական թվերի խորանարդների գումարի տեսքով:

2. Գոյություն ունի՞ ամբողջ գործակիցներով այնպիսի $P(x)$ բազմանդամ, որը բավարարի հետևյալ պայմաններին՝

$$P(6^9)=16^9 \text{ և } P(6^{25})=18^{25}:$$

3. X բազմությունը բաղկացած է 6 զույգ առ զույգ տարբեր տարրերից: Դիցուք A_1, A_2, \dots, A_9 -երը X բազմության ենթաբազմություններ են, որոնցից յուրաքանչյուրը բաղկացած է իրարից զույգ առա զույգ տարբեր երեք տարրերից: Ապացուցել, որ գոյություն ունի X -ի տարրերի երկու զույնով այնպիսի «զունավորում», որ յուրաքանչյուր $A_i, 1 \leq i \leq 9$ ենթաբազմություն կպարունակի առնվազն երկու տարբեր զույների տարրեր:

4. ABCD քառանկյանը կարելի է արտագծել շրջանագիծ: Դիցուք AB և CD ուղիղները հատվում են M կետում, իսկ BC և AD ուղիղները՝ K կետում (B և D կետերը համապատասխանաբար ընկած են AM և AK հատվածների վրա): Դիցուք P-ն M կետի պրոյեկցիան է AK ուղղի վրա, L-ը K կետի պրոյեկցիան է AM ուղղի վրա: Ապացուցել, որ LP ուղիղը BD անկյունագիծը բաժանում է հավասար մասերի: