Միջվարժարանային օլիմպիադա, ք.Գյումրի, Ֆոտոն վարժարան,   1-ը նոյեմբերի 2017թ.

Ֆիզիկա /9-10 րդ. դաս. /

1. Ֆոտոխցիկով նկարահանվում է սայլի շարժում: Սայլի առջևի անիվի շառավիղը r է, իսկ ետևի անիվինը՝ R : Ժապավենը պտտվում է 24 կադր/վ արագությամբ: Առջևի անիվն ունի N_1 անվաճաղ: Համարելով, որ սայլի անիվները պտտվում են առանց սահելու, որոշել, թե ինչ ամենափոքր արագությամբ պետք է շարժվի սայլը, որպեսզի նրա առջևի անիվները, տեսաժապավենը դիտելիս, թվան անշարժ: Այդ դեպքում ամենաքիչը որքան անվաճաղ պետք է ունենա ետևի անիվը, որպեսզի այն նույնպես թվա անշարժ: (6 միավոր)

Լուծում: Առջևի անիվի հարևան անվաճաղերի միջև անկյունը՝ $\varphi = \dfrac{2\pi}{N_1}$: Անիվը դիտողին կթվա չպտտվող, եթե երկու հարևան կադրերի միջև ընկած ժամանակամիջոցում ($\tau = \dfrac{1}{24}$ վ) անիվը պտտվի $\Delta\varphi = k\varphi$ անկյունով, որտեղ k - ն բնական թիվ է: Մյուս կողմից, τ ժամանակում անիվի պտտման անկյունը $\varphi = \omega r$ է, որտեղ ω - ն առջևի անիվի պտտման անկյունային արագությունն է: Հետևաբար առջևի անիվը կթվա անշարժ, եթե $\omega = \dfrac{2\pi k}{N_1 \tau}$:

Այդ դեպքում սայլի արագությունը՝ $v = \omega r = \dfrac{2\pi k r}{N_1 \tau}$: Այն կընդունի ամենափոքր արժեքը, եթե $k = 1$, այսինքն՝ $v_{\min} = \dfrac{2\pi r}{N_1 \tau}$: Հետևի անվադողը կթվա անշարժ, եթե $\dfrac{2\pi k_1 r}{N_1 \tau} = \dfrac{2\pi k_2 R}{N_2 \tau}$:

Որտեղից, երբ $k_1 = k_2$, կստանանք՝ $N_{2,\min} = \dfrac{N_1 R}{r}$:

2. Տղան ձուկ է գնում ձկնորսից, ով կշռում է կատարում թեթև, ինքնաշեն, անհավասար բազուկներով լծակավոր կշեռքով: Երբ ձուկը դրեցին աջ նժարին, պարզվեց, որ կշեռքի հավասարակշռման համար անհրաժեշտ է ձախ նժարին դնել $m_1 = 3$կգ զանգվածով կշռաքար, իսկ ձախ նժարին դնելիս կշեռքի հավասարակշռության համար պահանջվեց $m_2 = 2$ կգ զանգվածով կշռաքար: Ձկնորսն առաջարկեց տղային վճարել երկու կշռումների կիսագումարի՝ 2.5 կգ - ի դիմաց: Պարզել, կօգտվի թե՞ կտուժվի տղան այս տարբերակով գնում կատարելիս: (4 միավոր)

Լուծում: Կշեռքի լծակի աջ բազուկի երկարությունը նշանակենք d_1, իսկ ձախինը՝ d_2: Ձկան զանգվածը նշանակենք m_0 - ով: Երկու կշռումների համար գրենք հավասարակշռության համապատասխան պայմանները.

$$m_0 g d_1 = m_1 g d_2; \quad m_0 g d_2 = m_2 g d_1:$$

Ստացված արտահայտությունների բազմապատկումից և անհրաժեշտ կրճատումներից հետո ստանում ենք՝

$$m_0 = \sqrt{m_1 m_2} = \sqrt{6} \text{ կգ} \approx 2.45 \text{ կգ}:$$

Ստացված արդյունքից պարզ է դառնում, որ ձկան իրական զանգվածը փոքր է 2.5կգ-ից և գնում կատարելիս տղան տուժվում է: Նկատենք, որ m_0-ն m_1 և m_2 մեծությունների միջին երկրաչափականն է և m_1-ի և m_2-ի ցանկացած արժեքների դեպքում էլ այն փոքր կլինի դրանց թվաբանական միջինից:

3. Կինը ոսկերչից գնեց 30գ զանգվածով շղթա: Շղթայի որակը ստուգելու համար նա տանը շղթան կշռեց ջրում: Պարզվեց, որ ջրում շղթան կշռում է 27,9գ: Որոշեք, թե շղթայի քանի տոկոսն է կազմում ոսկին, եթե ոսկու, արծաթի և ջրի խտությունները՝ $\rho_1 = 19{,}3$գ/սմ^3, $\rho_2 = 10{,}5$գ/սմ^3, $\rho_0 = 1$գ/սմ^3: (5 միավոր)

Լուծում: Նշանակենք $m = 30$գ, $m' = 27{,}9$գ: Ջրում մարմնի կշիռը փոքրանում է Արքիմեդյան ուժի չափով՝ $mg - F_A = m'g$: Մյուս կողմից $F_A = \rho_0 gV = \rho_0 g \dfrac{m}{\rho}$, որտեղ $\rho -$ն համաձուլվացքի խտությունն է: Այսպիսով՝ $\rho = \dfrac{m\rho_0}{m - m'}$: Ոսկու զանգվածը հավասար է շղթայի զանգվածի և արծաթի զանգվածի տարբերությունը՝

$m_1 = m - m_2 = m - \rho_2 \left(\dfrac{m}{\rho} - \dfrac{m_1}{\rho_1} \right)$ որտեղից՝ $\dfrac{m_1}{m} \cdot 100\% = \dfrac{\rho - \rho_2}{\rho} \dfrac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} \cdot 100\%$: Վերջինիս մեջ տեղադրելով $\rho -$ի արտահայտությունը ստանում ենք՝

$$\frac{m_1}{m} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{\rho_2 (m - m')}{m\rho_0} \right) \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2} \cdot 100\% \approx 58\% :$$

4. Երկու կալորիչափերից յուրաքանչյուրում կա m=200 գ ջուր: Առաջին կալորիչափում ջրի ջերմաստիճանը $30^0 C$ է, իսկ երկրորդում՝ $40^0 C$: Առաջին կալորիչափից վերցնում են 50 գ ջուր, լցնում երկրորդ կալորիչափը և խառնում: Այնուհետև երկրորդ կալորիչափից վերցնում են 50 գ ջուր և լցնելով այն առաջինի մեջ կրկին խառնում: Որքա՞ն կլինի կալորիչափերում ջրերի ջերմաստիճանների տարբերությունը նշված գործողությունը երեք անգամ կատարելուց հետո: Ջրերի տեղափոխման ժամանակ ջերմային կորուստներն և կալորիչափերի ջերմունակություններն անտեսել: (5 միավոր)

Լուծում: Առաջին և երկրորդ կալորիչափերի սկզբնական ջերմաստիճանները համապատասխանաբար նշանակենք t_A և t_B: Որոշենք, թե ի՞նչ t_2 ջերմաստիճան կհաստատվի երկրորդ կալորիչափում նրա մեջ $\Delta m = 50$գ զանգվածով ջուր լցնելուց հետո: Համաձայն ջերմային հաշվեկշռի հավասարման՝

$$c\Delta m(t_2 - t_A) + cm(t_2 - t_B) = 0$$

որտեղից.

$$t_2 = \frac{t_A + kt_B}{1 + k} :$$

որտեղ

$$k = \frac{m}{\Delta m} = 4 :$$

Այնուհետ որոշենք թե ինչ t_1 ջերմաստիճան կհաստատվի առաջին կալորիչափում նրա մեջ առաջինից Δm զանգվածով ջուր լցնելուց հետո՝

$$c(m - \Delta m)(t_1 - t_A) + c\Delta m(t_1 - t_2) = 0$$

որտեղից

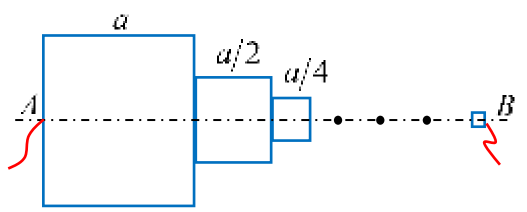
$$t_1 = \frac{t_B + kt_A}{k+1}:$$

Այսպիսով նշված մեկ գործողության արդյունքում կալորիչափերի ջերմաստիճանների տարբերությունը կլինի.

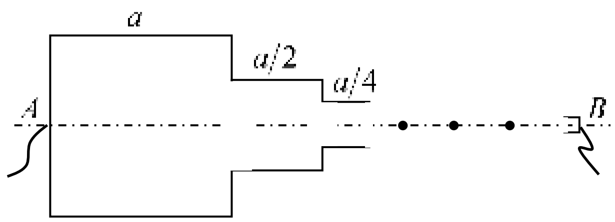
$$t_2 - t_1 = \frac{k-1}{k+1}(t_B - t_A) = 0.6(t_B - t_A):$$

Պարզ է, որ յուրաքանչյուր նման գործողության արդյունքում կալորիչափերի ջերմաստիճանների տարբերությունը փոխվում է 0.6 անգամ: Երեք անգամ ջրերը տեղափոխելու արդյունքում ջերմաստիճանների տարբերությունը դառնում է $0.6^3 \cdot 10^0C = 2.16^0C$:

5. Միևնույն մետաղալարից պատրաստված $a, a/2, a/4, a/8,...$ կողմերով քառակուսաչափ մեծ քանակությամբ շրջանակները միացված են նկարում պատկերված ձևով: Որոշել ստացված շղթայի ընդհանուր դիմադրությունը, եթե a երկարությամբ մետաղալարի դիմադրությունը R է: (5 միավոր)



Լուծում: Եթե շղթայից անջատենք այն տեղամասերը որոնցով հոսանք չի անցնում (ելնելով շղթայի համաչափությունից) ապա դիտարկվող շղթան համարժեք կլինի նկարում պատկերվածին, որը երկու միանման ճյուղերի զուգահեռ միացում է: Շղթայի յուրաքանչյուր ճյուղի երկարությունը կլինի



$$a + \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + ... + \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + ...\right) = \frac{3}{2}\left(a + \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + ...\right),$$

և օգտվելով ավերջ նվազող երկրաչափական պրոգրեսիայի գումարի բանաձևից կստանանք

$$\frac{3}{2}\left(a + \frac{a}{2} + \frac{a}{4} + ...\right) = \frac{3}{2}\frac{a}{1-0.5} = 3a:$$

Քանի, որ մետաղալարի a երկարությամբ կտորի դիմադրությունը R է, ապա շղթայի ընդհանուր դիմադրությունը կլինի

$$R_{AB} = \frac{3R}{2}:$$