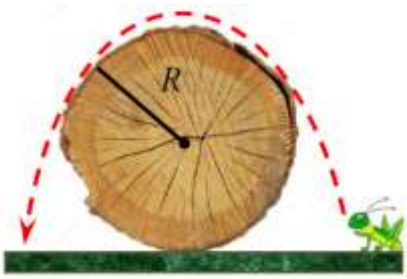
Ֆիզիկա /11-12 րդ. դաս./

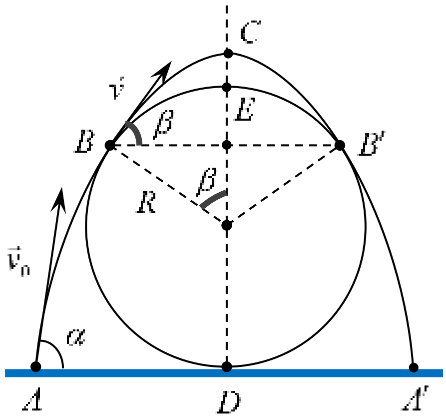
1. R շառավղով գերանը դրված է հորիզոնական մակերևույթի վրա: Ալարկոտ մորեխը փորձում է ցատկել գերանի վրայով: Ի՞նչ նվազագույն արագությամբ պետք է ցատկի մորեխը, որպեսզի այն շրջանցի գերանը: Օդի դիմադրությունն անտեսել: (7 միավոր)



Լուծում: Մորեխի թռիչքի հետագիծը պարաբոլ է, որը գլանաձև գերանը շոշափում է B և B' սիմետրիկ կետերում: Քննարկենք նշանակենք կետերի միջև թռիչքը՝

$$v\sin\beta = gt$$

$$vt\cos\beta = R\sin\beta$$



որտեղ t - ն մորեխի՝ B կետից մինչև հետագծի գագաթի C կետն հասնելու ժամանակն է: Ստացված արտահայտությունների բազմապատկումից կունենանք՝

$$v^2 = \frac{gR}{\cos\beta}:$$

A կետից B հասնելու համար գրենք էներգիայի պահպանման օրենքը.

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg\left(R + R\cos\beta\right)$$

որտեղից՝

$$v_0^2 = v^2 + 2g\left(R + R\cos\beta\right) = \frac{gR}{\cos\beta} + 2g\left(R + R\cos\beta\right)$$

Այսպիսով սկզբնական արագության համար ստանում ենք հետևյալ արտահայտությունը

$$v_0^2 = 2gR\left(1 + \frac{1}{2\cos\beta} + \cos\beta\right)$$

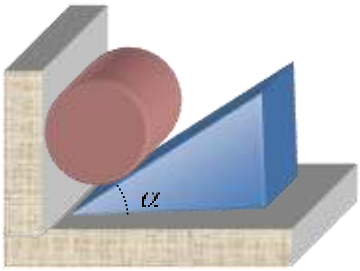
Ստացվածից պարզ է դառնում, որ մորեխի սկզբնական արագության նվազագույն լինելու խնդիրը հանգում է $\frac{1}{2\cos\beta} + \cos\beta$ արտահայտության նվազագույնի պահանջին: Վերջինս կարելի է լուծել օգտվելով Կոշու անհավասարումից՝

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\cos\beta} + \cos\beta\right) \geq \sqrt{\frac{1}{2\cos\beta}\cos\beta} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Քանի որ $\frac{1}{2\cos\beta} + \cos\beta$ արտահայտության նվազագույն արժեքը $\sqrt{2}$ է, ապա նվազագույն արագության համար ստանում ենք

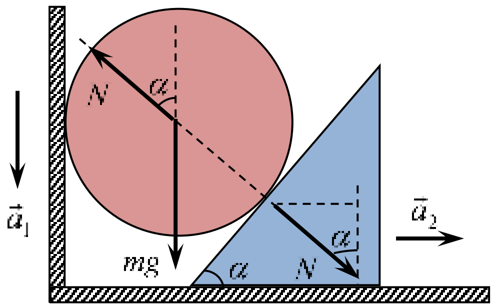
$$v_0 = \sqrt{2gR\left(1 + \sqrt{2}\right)}:$$

Կարելի է ցույց տալ, որ վերևում ստացված արագության մեծությունը փոքր է այն նվազագույն արագությունից, որն անհրաժեշտ էր մորեխին, որպեսզի գլանը շրջանցեր շոշափելով վերին E կետը:



2. Պատի և α գագաթի անկյունով սեպի միջև տեղադրում են սեպի զանգվածին հավասար զանգված ունեցող գլան: Որոշել համատեղ շարժման ընթացքում գլանի և սեպի արագացումները: Շփումներն ամենուր բացակայում են:
(5 միավոր)

Լուծում: Գլանի և սեպի շարժումները փոխկապակցված են և երբ գլանը իջնում է ներքև x չափով, ապա այդ նույն ժամանակում սեպը դեպի աջ տեղաշարժվում է $x \cdot ctg\alpha$ - ով: Այսպիսով նշված մարմինների արագացումների միջև կա հետևյալ կինեմատիկական կապը.



$a_1 = a_2 tg\alpha$,
որտեղ a_1 - ը գլանի արագացումն է, իսկ a_2 - ը՝ սեպինը:
Նկարում պատկերված են այն ուժերը որոնց պրոյեկցիաները արագացումների ուղղությամբ տարբեր են զրոյից: Գլանի և սեպի համար Նյուտոնի երկրորդ օրենքից կստանանք.

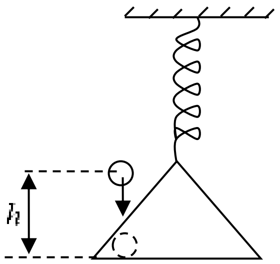
$$mg - N\cos\alpha = ma_1$$
$$N\sin\alpha = ma_2$$

Այս հավասարումների և կինեմատիկական կապի համատեղ լուծման արդյունքում որոնելի արագացումների համար ստանում ենք

$$a_1 = \frac{g}{1 + ctg^2\alpha} \quad , \quad a_2 = \frac{gtg\alpha}{1 + tg^2\alpha}$$

3. k կոշտությամբ զսպանակից կախված թասի վրա h բարձրությունից ընկնում է m զանգվածով գնդիկը և մնում է թասիկում: Այդ բացարձակ ոչ առաձգական հարվածի հետևանքով թասիկն սկսում է տատանվել: Որոշել տատանումների լայնույթն ու պարբերությունը, եթե թասիկի զանգվածը M է: (5 միավոր)

Լուծում: Մինչև հարվածը զսպանակի x_1 երկարացումը որոշվում է թասի հավասարակշռության $Mg = kx_1$ պայմանից՝ $x_1 = \dfrac{Mg}{k}$:



Գնդիկի արագությունը թասին հարվածելու պահին որոշվում է էներգիայի պահպանման օրենքից $\frac{mv^2}{2} = mgh$, $v = \sqrt{2gh}$ ։ Հարվածից անմիջապես հետո թասի և գնդիկի համատեղ շարժման v_1 արագությունը որոշենք իմպուլսի պահպանման օրենքից՝

$$mv = (m+M)v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{m\sqrt{2gh}}{m+M} :$$

Այժմ համակարգի համար կիրառենք էներգիայի պահպանման օրենքն այն դիրքերի համար, որոնցում գտնվում է թասիկը հարվածից անմիջապես հետո և զսպանակի առավելագույն շեղման դեպքում: Վերջինիս հետ կապենք պոտենցիալ էներգիայի հաշվարկման զրոյական մակարդակը.

$\frac{(m+M)v_1^2}{2} + \frac{kx_1^2}{2} + (m+M)gx_2 = \frac{k(x_2+x_1)^2}{2}$, որտեղ x_2-ը զսպանակի ձգման չափն է հարվածից հետո թասիկի կանգ առնելու պահին:

$$x_2^2 - \frac{2mg}{k}x_2 - \frac{2m^2gh}{(m+M)k} = 0$$

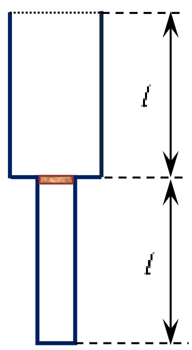
և այսպիսով տատանումների լայնույթի համար ստանում ենք.

$$A = \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + \frac{2m^2gh}{(m+M)k}} :$$

Տատանումների պարբերությունը կլինի՝

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$$

4. Նկարում պատկերված անոթի նեղ մասը փակված է բարակ անկշիռ շարժական մխոցով: Անոթի նեղ և լայն մասերն ունեն միևնույն $l = 0.4$մ երկարությունը, իսկ դրանց մակերեսները համապատասխանաբար հավասար են՝ $S_1 = 3$սմ² և $S_2 = 5$սմ²: Ի՞նչ առավելագույն զանգվածով սնդիկ կարելի է լցնել այդ անոթում, եթե սնդիկի խտությունը՝ $\rho = 13600$ կգ/մ³ է: Մխոցի և անոթի պատերի միջև շփումն անտեսել: Մթնոլորտային ճնշումը հավասար է $h_0 = 600$մմ. սնդ. սյան: Պրոցեսն համարել իզոթերմ: (4 միավոր)

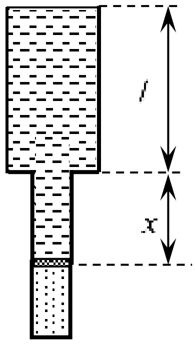


Լուծում: Սկզբում մխոցով փակված օդի ճնշումը հավասար է P_0 մթնոլորտային ճնշմանը, իսկ սնդիկը լցնելուց հետո այն ընդունում է ինչ-որ P արժեք: Եթե մխոցի տեղափոխությունը նշանակենք x - ով, ապա համաձայն Բոյլ-Մարիոտի օրենքի՝

$$P_0 l = P(l - x):$$

Մյուս կողմից՝ $P = P_0 + \rho g(l + x)$, որտեղից էլ ստանում ենք հետևյալ հավասարումը

$$P_0 l = (P_0 + \rho g(x+l))(l-x) \ :$$



Հաշվի առնելով, որ $P_0 = \rho g h_0$, ի վերջո ստանում ենք հետևյալ քառակուսի հավասարումը

$$x^2 + h_0 x - l^2 = 0 \ ,$$

որի դրական արմատը կլինի՝ $x = 0.2$մ:
Լցված սնդիկի զանգվածի համար ստանում ենք՝

$$m = \rho(S_2 l + S_1 x) = 3.536\text{կգ}:$$

5. Պապն ու թոռը առանց ակնոցի ընթերցում են նույն գիրքը: Պապը կարդալիս գիրքը պահում է աչքերից 40 սմ հեռավորության վրա, իսկ թոռը՝ 16 սմ հեռավորության վրա: Ի՞նչ համարի ակնոց է կրում թոռը, եթե պապի ակնոցի ոսպնյակների օպտիկական ուժը 1.5 դպտր. է: (4 միավոր)

Լուծում: Քանի որ ակնոց կրելիս երկուսն էլ տեսնում են նորմալ, ապա պարզ է, որ $D_1 + D_{10} = D_2 + D_{20}$ կամ $D_1 - D_2 = D_{20} - D_{10}$, որտեղ D_1, D_{10} համապատասխանաբար պապի, իսկ D_2, D_{20} թոռի ակնաբյուրեղի և ակնոցի ապակիների օպտիկական ուժերն են: Մյուս կողմից երկու դեպքերի համար բարակ ոսպնյակի բանաձևերը կլինեն $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f} = D_1$ $\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f} = D_2 \quad \Rightarrow D_1 - D_2 = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}$, որտեղ $d_1 = 0.4$մ, $d_2 = 0.16$մ: Այսպիսով ստանում ենք $D_{20} = D_{10} + \frac{d_2 - d_1}{d_1 d_2} = -2.25$դպտր. :