



ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
(ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ)

ԵՐԵՎԱՆԻ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

Պոլիտեխնիկական Միջվարժարանային ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ
նվիրված ակադեմիկոս Վ. Ս. Զաքարյանի 80-ամյա հոբելյանին
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ X ԴԱՍԱՐԱՆ

1. Ապացուցել, որ եթե α -ն, β -ն և γ -ն եռանկյան անկյուններ են, ապա

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma > \frac{3}{4} :$$

2. Ապացուցել, որ կամայական $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ իրական թվերի համար տեղի ունի.

$$\frac{a^3}{b} + \frac{b^3}{c} + \frac{c^3}{a} \geq ab + bc + ca :$$

3. Տասանիշ թիվը անվանենք հետաքրքիր, եթե նրա բոլոր թվանշանները տարբեր են և այն բաժանվում է 11111-ի: Գտնել հետաքրքիր թվերի քանակը:

4. $ABCD$ հավասարասրուն սեղանին ներգծված շրջանագիծը CD սրունքը շոշափում է M կետում: AM հատվածը շրջանագիծը հատում է F կետում, իսկ BM հատվածը՝ E կետում: Ապացուցել, որ

$$\frac{AM}{AF} + \frac{BM}{BE} = 10 :$$

5. Որոշել 80^{80} թիվը 13-ի բաժանելիս ստացված մնացորդը:



Պոլիտեխնիկական Միջվարժարանային ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ
նվիրված ակադեմիկոս Վ. Ս. Զաքարյանի 80-ամյա հոբելյանին
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ XI ԴԱՍԱՐԱՆ

1. Գտնել $f: (0; +\infty) \rightarrow R$ ֆունկցիաները, որոնք բավարարում են հետևյալ պայմաններին.

ա) $f(80) = 80$,

բ) $f(x) \cdot f(y) + f\left(\frac{80}{x}\right) \cdot f\left(\frac{80}{y}\right) = 160 \cdot f(xy)$:

2. Ապացուցել, որ $\forall a > b > 0$ թվերի համար

$$\sqrt{ab} < \frac{a - b}{\ln a - \ln b} < \frac{a + b}{2} :$$

3. Տասանիշ թիվը անվանենք հետաքրքիր, եթե նրա բոլոր թվանշանները տարբեր են և այն բաժանվում է 11111-ի: Գտնել հետաքրքիր թվերի քանակը:

4. $A(9; -2; 2)$, $B(1; 6; 2)$ և $C(-7; -2; 2)$ կետերը գտնվում են կոնի հիմքի շրջանագծի վրա, իսկ $M(4; \sqrt{7} - 2; 5)$ կետը՝ նրա ծնորդի վրա: Գտե՛ք կոնի կողմնային մակերևույթի մակերեսը:

5. Դիցույ՛ք a և $b \in N$, ընդ որում $a + 77b$ թիվը բաժանվում է 79-ի, իսկ $(a + 79b)$ -ն՝ 77-ի: Որոշել $(a + b)$ -ի փոքրագույն արժեքը:



ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ
(ՀԻՄՆԱԴՐԱՄ)

ԵՐԵՎԱՆԻ ԱՎԱԳ ԴՊՐՈՑ

Պոլիտեխնիկական Միջվարժարանային ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ
նվիրված ակադեմիկոս Վ. Ս. Զաքարյանի 80-ամյա հոբելյանին
ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ XII ԴԱՍԱՐԱՆ

1. Գտնել $x = 0$ կետում անընդհատ այն ֆունկցիաները, որոնք բավարարում են հետևյալ պայմանին.

$$80 \cdot f(80 \cdot x) = f(x) + 80 \cdot x :$$

2. Ապացուցել, որ կամայական $\forall n \geq 2$ բնական թվերի համար

$$1 + \sqrt{\frac{2+1}{2}} + \sqrt[3]{\frac{3+1}{3}} + \dots + \sqrt[n]{\frac{n+1}{n}} < n + 1 :$$

3. Տասանիշ թիվը անվանենք հետաքրքիր, եթե նրա բոլոր թվանշանները տարբեր են և այն բաժանվում է 11111-ի: Գտնել հետաքրքիր թվերի քանակը:

4. ABC հավասարակողմ եռանկյան ներքին կամայական P կետից BC , CA և AB կողմերին տարված են համապատասխանաբար PD , PE և PF ուղղահայացները: Ապացուցել, որ

$$\frac{BD + CE + AF}{PD + PE + PF} = \sqrt{3} :$$

5. Դիցույ՛ք a և $b \in \mathbb{N}$, ընդ որում $a + 77b$ թիվը բաժանվում է 79-ի, իսկ $(a + 79b)$ -ն՝ 77-ի: Որոշել $(a + b)$ -ի փոքրագույն արժեքը: