

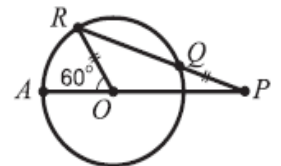
8-րդ դասարան
Տևողությունը 150 րոպե
Տարբերակ 1

1. Գտնել $p^3 - 8q^3$ արտահայտության արժեքը, եթե $p - 2q = 10$ և $pq = 40$:
2. $4a^4 - 5a^2 - 4a - 3$ բազմանդամը ներկայացնել երկու երկրորդ աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:
3. Քանի՞ միավոր աջ կամ ձախ պետք է զուգահեռ տեղափոխել $y = 3x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը $y = 3x + 12$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ստանալու համար:
4. Դիմորդների որոշակի խումբ ընդունելության քննության համար քննություն հանձնեց մաթեմատիկայից, ֆիզիկայից և հայոց լեզվից: Քննությունից քսան միավոր ստացան՝ մաթեմատիկայից 96 դիմորդ, ֆիզիկայից՝ 74 դիմորդ, հայոց լեզվից՝ 84 դիմորդ: Ընդ որում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի քննություններից գոնե մեկից քսան միավոր ստացան 150 դիմորդ, մաթեմատիկայի և հայոց լեզվի քննություններից գոնե մեկից՝ 152 դիմորդ, ֆիզիկա և հայոց լեզվի քննություններից գոնե մեկից՝ 132 դիմորդ, իսկ բոլոր երեք քննություններից քսան միավոր ստացան 8 դիմորդ: Քանի՞ դիմորդ ստացավ քսան միավոր ճիշտ մեկ առարկայի քննությունից:
5. 160 հա մակերեսով դաշտը վարելու համար 4 օր աշխատեց միևնույն հզորությամբ տրակտորների մի խումբ: Այնուհետև նրանց միացավ նույն հզորությամբ ևս մեկ տրակտոր, որի շնորհիվ խմբի արտադրողականությունը մեծացավ $16\frac{2}{3}\%$ -ով, և աշխատելով ևս 8 օր նրանք ավարտեցին աշխատանքը: Քանի՞ հեկտար վարեցին տրակտորները առաջին վեց օրվա ընթացքում:
6. Քանի՞ ձևով է հնարավոր 6930 թիվը ներկայացնել երկու փոխադարձաբար պարզ թվերի արտադրյալի տեսքով: ($x \cdot y$ և $y \cdot x$ ներկայացման ձևերը համարել նույնը):

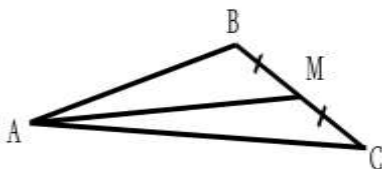
Հիշեցում: Երկու բնական թվեր համարվում են փոխադարձաբար պարզ, եթե նրանք չունեն 1 թվից տարբեր այլ ընդհանուր բաժանարար: Օրինակ՝ 15-ը և 28-ը :

7. Օ-ն շրջանագծի կենտրոնն է: Հայտնի է, որ $OR = QP$, $\angle AOR = 60^\circ$:

Գտնել $\angle APR$ -ը: (Տես նկարը):



8. AM-ը ABC եռանկյան միջնագիծն է: Գտնել BAM անկյան աստիճանային չափը, եթե $\angle ABC = 105^\circ$ և $\angle ACB = 30^\circ$:

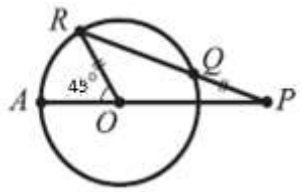


8-րդ դասարան
Տևողությունը 150 րոպե
Տարբերակ 2

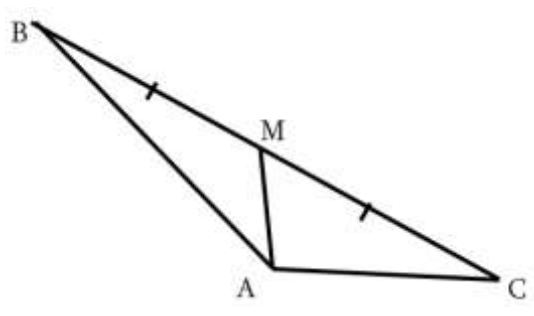
1. Գտնել $p^3 - 27q^3$ արտահայտության արժեքը, եթե $p - 3q = 10$ և $pq = 60$:
2. $4a^4 - 5a^2 + 4a - 3$ բազմանդամը ներկայացնել երկու երկրորդ աստիճանի բազմանդամների արտադրյալի տեսքով:
3. Քանի՞ միավոր աջ կամ ձախ պետք է զուգահեռ տեղափոխել $y = 4x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը $y = 4x - 12$ ֆունկցիայի գրաֆիկը ստանալու համար:
4. Դիմորդների որոշակի խումբ ընդունելության քննության համար քննություն հանձնեց մաթեմատիկայից, ֆիզիկայից և հայոց լեզվից: Քննությունից քսան միավոր ստացան՝ մաթեմատիկայից 92 դիմորդ, ֆիզիկայից՝ 73 դիմորդ, հայոց լեզվից՝ 82 դիմորդ: Ընդ որում մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի քննություններից գոնե մեկից քսան միավոր ստացան 145 դիմորդ, մաթեմատիկայի և հայոց լեզվի քննություններից գոնե մեկից՝ 146 դիմորդ, ֆիզիկա և հայոց լեզվի քննություններից գոնե մեկից՝ 129 դիմորդ, իսկ բոլոր երեք քննություններից քսան միավոր ստացան 8 դիմորդ: Քանի՞ դիմորդ ստացավ քսան միավոր ճիշտ մեկ առարկայի քննությունից:
5. 150 հա մակերեսով դաշտը վարելու համար 4 օր աշխատեց միևնույն հզորությամբ տրակտորների մի խումբ: Այնուհետև նրանց միացավ նույն հզորությամբ ևս մեկ տրակտոր, որի շնորհիվ խմբի արտադրողականությունը մեծացավ 20%-ով, և աշխատելով ևս 5 օր նրանք ավարտեցին աշխատանքը: Քանի՞ հեկտար վարեցին տրակտորները առաջին վեց օրվա ընթացքում:
6. Քանի՞ ձևով է հնարավոր 5460 թիվը ներկայացնել երկու փոխադարձաբար պարզ թվերի արտադրյալի տեսքով: ($x \cdot y$ և $y \cdot x$ ներկայացման ձևերը համարել նույնը):

Հիշեցում: Երկու բնական թվեր համարվում են փոխադարձաբար պարզ, եթե նրանք չունեն 1 թվից տարբեր այլ ընդհանուր բաժանարար: Օրինակ՝ 15-ը և 28-ը :

7. Օ-ն շրջանագծի կենտրոնն է: Հայտնի է, որ $OR = QP$, $\angle AOR = 45^\circ$: Գտնել $\angle APR$ -ը:
(Տես նկարը):



8. AM-ը ABC եռանկյան միջնագիծն է: Գտնել BAM անկյան աստիճանային չափը, եթե $\angle ABC = 15^\circ$ և $\angle ACB = 30^\circ$:



8-րդ դասարան

Լուծումներ

1-ին տարբերակ

1. $p^3 - 8q^3 = p^3 - (2q)^3 = (p-2q)(p^2 + 2pq + 4q^2) = (p-2q)((p-2q)^2 + 6pq) = 10(100 + 240) = 3400$:

Կամ $p^3 - 8q^3 = (p-2q)^3 + 3p \cdot 2q(p-2q) = 1000 + 6 \cdot 40 \cdot 10 = 3400$:

Պատ.՝ 3400:

2. $4a^4 - 5a^2 - 4a - 3 = 4a^4 - 4a^2 + 1 - a^2 - 4a - 4 = (2a^2 - 1)^2 - (a + 2)^2 =$
 $= (2a^2 - 1 + a + 2)(2a^2 - 1 - a - 2) = (2a^2 + a + 1)(2a^2 - a - 3)$:

Պատ.՝ $(2a^2 + a + 1)(2a^2 - a - 3)$:

3. Քանի որ x -ի գործակիցները հավասար են, ուրեմն տրված ֆունկցիաների գրաֆիկները զուգահեռ են: ՕՑ առանցքը $y=3x$ և $y=3x+12$ ֆունկցիաների գրաֆիկները հատում են համապատասխանաբար $(0;0)$ և $(-4;0)$ կետերում: Հետևաբար $y=3x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը 4 միավոր ձախ տեղափոխելով ստացվում է $y=3x+12$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Պատ.՝ 4 միավոր ձախ:

4. Միաժամանակ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի քննություններից 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $96+74-150=20$: Քանի որ բոլոր երեք առարկաներից 20 միավոր են ստացել 8 դիմորդներ, հետևաբար միայն մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի քննություններից միաժամանակ 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $20-8=12$: Նույն ձևով՝ միայն մաթեմատիկայի և հայոց լեզվի քննություններից միաժամանակ 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $(96+84-152)-8=20$, իսկ միայն ֆիզիկայի և հայոց լեզվի քննություններից միաժամանակ 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $(74+84-132)-8=18$ դիմորդ: Հետևաբար ճիշտ մեկ առարկայից 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի՝ $96-(20+12+8)+74-(12+8+18)+84-(20+18+8)=56+36+38=130$:

Պատ.՝ 130:

5. Քանի որ մեկ տրակտոր միանալուց հետո խմբի արտադրողականությունը մեծացավ $16\frac{2}{3}\%$ -ով, հետևաբար սկզբում տրակտորների քանակը կլինի՝ $100:16\frac{2}{3}=6$: Դիցուք յուրաքանչյուր տրակտոր օրական վարում է x հա, հետևաբար խումբը 4 օրում կվարի $24x$ հա, իսկ մեկ տրակտոր ավելացնելուց հետո հաջորդ 8 օրում կվարեն $56x$ հա:

Ըստ պայմանի՝ $24x+56x=160$, հետևաբար $x=2$: Ուստի առաջին 4 օրում վարել են $24 \cdot 2=48$ հա, իսկ հաջորդ 2 օրում՝ $14x=28$ հա: Այսպիսով՝ առաջին 6 օրում վարել են $48+28=76$ հա:

Պատ.՝ 76 հա:

6. 6930-ը վերլուծենք պարզ արտադրիչների արտադրյալի տեսքով՝ $6930=2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$:

Դիցուք $6930=a \cdot b$, որտեղ a և b թվերը փոխադարձաբար պարզ թվեր են, հետևաբար քանի որ $6930=ab = ba$ ներկայացումները նույնն են, ապա կամ $a = 1, b = 6930$, կամ a, b թվերը չունեն ընդհանուր պարզ բաժանարար: Վերջինս տեղի կունենա, եթե a -ն լինի 2, $3^2, 5, 7, 11$ թվերից որևէ մեկը, իսկ b -ն մնացած չորս թվերի արտադրյալը, կամ a -ն լինի 2, $3^2, 5, 7, 11$ թվերի որևէ երկուսի արտադրյալը, իսկ b -ն՝ մնացած երեք թվերի արտադրյալը: 1-ին դեպքում a -երի քանակը 5 է, իսկ երկրորդ դեպքում՝ $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$, հետևաբար խնդրի պայմանին բավարարող զույգերի քանակը հավասար է՝ $10+5+1=16$:

Պատ.՝ 16:

7. Օ կետը միացնենք Q կետին: $OR=OQ$, որպես շրջանագծի շառավիղներ և ըստ պայմանի $OR=QP$, հետևաբար $OQ=QP$, որտեղից՝ $\angle QOP=\angle OPQ=\alpha$: $\triangle OQP$ -ի արտաքին անկյան հասկությունից՝ $\angle OQR=\angle QOP+\angle OPQ=2\alpha$: $\triangle ORQ$ -ում $OR=OQ$, ուրեմն $\angle ORQ=\angle OQR=2\alpha$: $\triangle ORP$ -ի արտաքին անկյան հասկությունից՝ $\angle AOR=\angle ORP+\angle OPR$ կամ $60^\circ=2\alpha+\alpha$, որտեղից $\alpha=20^\circ$:

Պատ.՝ 20° :

8. B գագաթից AC կողմին տանենք BH ուղղահայացը: $\triangle HBC$ -ում $\angle C=30^\circ$ և եթե BH-ը նշանակենք x-ով, ապա $BC=2x$ և $BM=MC=x$: Նկատենք, որ $BH=BM=x$ և $\angle HBM=60^\circ$ ուրեմն $\triangle HBM$ -ը հավասարակողմ է և $HM=x$: $\angle ABH=105^\circ-60^\circ=45^\circ$, հետևաբար $\angle BAH=45^\circ$, ուստի $AH=BH=x$: Ստացվեց, որ $\triangle AHM$ -ը հավասարասրուն է, իսկ քանի որ $\triangle CHM$ -ը նույնպես հավասարասրուն է, հետևաբար $\angle CHM=30^\circ$: $\triangle AHM$ -ի արտաքին անկյան հասկությունից կունենանք, որ $\angle CHM=\angle HMA+\angle HAM=30^\circ$, ուստի $\angle HAM=15^\circ$ և $\angle BAM=\angle BAH-\angle HAM=45^\circ-15^\circ=30^\circ$:

Պատ.՝ 30° :

2-րդ տարբերակ

1. $p^3-27q^3=p^3-(3q)^3=(p-3q)(p^2+3pq+9q^2)=(p-3q)((p-3q)^2+9pq)=10(100+540)=6400$:

Կամ $p^3-27q^3=(p-3q)^3+3p\cdot 3q(p-3q)=1000+9\cdot 60\cdot 10=6400$:

Պատ.՝ 6400:

2. $4a^4 - 5a^2 + 4a - 3 = 4a^4 - 4a^2 + 1 - a^2 + 4a - 4 = (2a^2 - 1)^2 - (a - 2)^2 =$
 $= (2a^2 - 1 + a - 2)(2a^2 - 1 - a + 2) = (2a^2 + a - 3)(2a^2 - a + 1)$:

Պատ.՝ $(2a^2 + a - 3)(2a^2 - a + 1)$:

3. Քանի որ x-ի գործակիցները հավասար են, ուրեմն տրված ֆունկցիաների գրաֆիկները զուգահեռ են: OX առանցքը $y=4x$ և $y=4x-12$ ֆունկցիաների գրաֆիկները հատում են համապատասխանաբար (0;0) և (3;0) կետերում: Հետևաբար $y=4x$ ֆունկցիայի գրաֆիկը 3 միավոր աջ տեղափոխելով ստացվում է $y=4x-12$ ֆունկցիայի գրաֆիկը:

Պատ.՝ 3 միավոր աջ:

4. Միաժամանակ մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի քննություններից 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $92+73-145=20$: Քանի որ բոլոր երեք առարկաներից 20 միավոր են ստացել 8 դիմորդներ, հետևաբար միայն մաթեմատիկայի և ֆիզիկայի քննություններից միաժամանակ 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $20-8=12$: Նույն ձևով՝ միայն մաթեմատիկայի և հայոց լեզվի քննություններից միաժամանակ 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $(92+82-146)-8=20$, իսկ միայն ֆիզիկայի և հայոց լեզվի քննություններից միաժամանակ 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի $(73+82-129)-8=18$ դիմորդ: Հետևաբար ճիշտ մեկ առարկայից 20 միավոր ստացած դիմորդների քանակը կլինի՝ $92-(20+12+8)+73-(12+8+18)+82-(20+18+8)=52+35+36=123$:

Պատ.՝ 123:

5. Քանի որ մեկ տրակտոր միանալուց հետո խմբի արտադրողականությունը մեծացավ 20%, հետևաբար սկզբում տրակտորների քանակը կլինի՝ $100:20=5$: Դիցուք յուրաքանչյուր տրակտոր օրական վարում է x հա, հետևաբար խումբը 4 օրում կվարի $20x$ հա, իսկ մեկ տրակտոր ավելացնելուց հետո հաջորդ 5 օրում կվարեն՝ $30x$ հա: Ըստ պայմանի՝ $20x+30x=150$, հետևաբար $x=3$: Ուստի առաջին 4 օրում վարել են $20\cdot 3=60$ հա, իսկ հաջորդ 2 օրում՝ $12x=36$ հա: Այսպիսով՝ առաջին 6 օրում վարել են $60+36=96$ հա:

Պատ.՝ 96 հա:

6. 5460-ը վերլուծենք պարզ արտադրիչների արտադրյալի տեսքով՝ $5460=2\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 13$:

Դիցուք $5460=a\cdot b$, որտեղ a և b թվերը փոխադարձաբար պարզ թվեր են, հետևաբար քանի որ $5460=ab=ba$ ներկայացումները նույնն են, ապա կամ $a=1, b=5460$, կամ a, b թվերը չունեն ընդհանուր պարզ բաժանարար: Վերջինս տեղի կունենա, եթե a -ն լինի $2^2, 3, 5, 7, 11$ թվերից որևէ մեկը, իսկ b -ն մնացած չորս թվերի արտադրյալը, կամ a -ն լինի $2^2, 3, 5, 7, 11$ թվերի որևէ երկուսի արտադրյալը, իսկ b -ն՝ մնացած երեք թվերի արտադրյալը: 1-ին դեպքում a -երի քանակը 5 է, իսկ երկրորդ դեպքում՝ $\frac{5\cdot 4}{2}=10$, հետևաբար խնդրի պայմանին բավարարող զույգերի քանակը հավասար է՝ $10+5+1=16$:

Պատ.՝ 16:

7. Օ կետը միացնենք Q կետին: $OR=OQ$, որպես շրջանագծի շառավիղներ և ըստ պայմանի $OR=QP$, հետևաբար $OQ=QP$, որտեղից՝ $\angle QOP=\angle OPQ=\alpha$: $\triangle OQP$ -ի արտաքին անկյան հասկությունից՝ $\angle OQR=\angle QOP+\angle OPQ=2\alpha$: $\triangle ORQ$ -ում $OR=OQ$, ուրեմն $\angle ORQ=\angle OQR=2\alpha$: $\triangle ORP$ -ի արտաքին անկյան հասկությունից՝ $\angle AOR=\angle ORP+\angle OPR$ կամ $45^\circ=2\alpha+\alpha$, որտեղից $\alpha=15^\circ$:

Պատ.՝ 15° :

8. B գագաթից AC ուղղին տանենք BH ուղղահայացը: $\triangle HBC$ -ում $\angle C=30^\circ$ և եթե BH-ը նշանակենք x -ով, ապա $BC=2x$ և $BM=MC=x$: Նկատենք, որ $BH=BM=x$ և $\angle HBM=60^\circ$, ուրեմն $\triangle HBM$ -ը հավասարակողմ է և $HM=x$: $\angle ABH=60^\circ-15^\circ=45^\circ$: Հետևաբար $\angle BAH=45^\circ$, ուստի $AH=BH=x$: Ստացվեց, որ $\triangle AHM$ -ը հավասարասրուն է, իսկ քանի որ $\triangle CHM$ -ը նույնպես հավասարասրուն է, հետևաբար $\angle CHM=30^\circ$, ուստի $\angle HMA=\angle HAM=75^\circ$, որտեղից $\angle BAM=\angle HAM-\angle HAB=75^\circ-45^\circ=30^\circ$:

Պատ.՝ 30° :