

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա-2021

Դպրոցական փուլ - 9-րդ դասարան

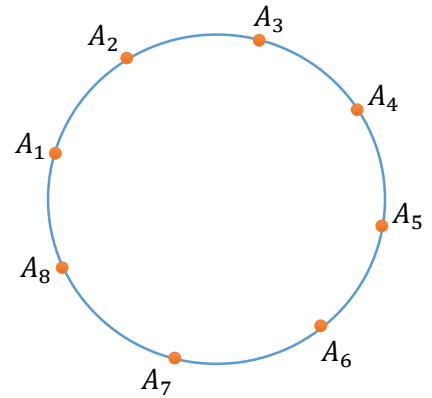
Տևողությունը 150 րոպե

1. Գտնել $a^2 + b^2$ արտահայտության արժեքը, եթե $a - b = 5$, $ab = 3$:
1) 25 2) 31 3) 28 4) այլ պատասխան
2. Հայտնի է, որ $a + b + c = 8$, $ab + bc + ac = 20$: Հաշվել $a^2 + b^2 + c^2$ արտահայտության արժեքը:
1) 24 2) 64 3) 160 4) այլ պատասխան
3. Հայտնի է, որ $a + b = 2$ և $ab = 0,5$: Հաշվել $a^2 + \frac{b}{2a}$ արտահայտության արժեքը:
1) 1 2) 2 3) 3 4) 3,5
4. Գտնել $5^{10} - 5^9$ թվի բոլոր բնական բաժանարարների քանակը:
1) 30 2) 27 3) 18 4) այլ պատասխան
5. Գտնել $8^{12} - 8^{10}$ և $7^{12} - 7^{10}$ թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:
1) 48 2) 21 3) 16 4) այլ պատասխան
6. Շրջանագծին արտագծած հավասարասրուն սեղանի սրունքը 5 սմ է: Քանի՞ սմ է այդ սեղանի միջին գիծը:
1) 10 2) 5 3) 2,5 4) այլ պատասխան
7. Շրջանագծի CB լարի շարունակությունը հատվում է այդ շրջանագծի M կետից տարված շոշափողի հետ A կետում: Ընդ որում՝ $AB = 3$, $BC = 8$, $\angle CAM = 90^\circ$: Գտնել շրջանագծի շառավիղը:
1) 4 2) 7 3) 5,5 4) 11
8. Գտնել $y = 2x + 1$, $y = -2x - 1$, $y = -x + 1$ և $y = x - 1$ ուղիղներով սահմանափակված պատկերի մակերեսը:
1) 1,5 2) 3 3) 1,25 4) այլ պատասխան
9. Տրված են $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $B = \{4; 5; 6; 7\}$, $C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ բազմությունները: Գտնել C բազմության այն բոլոր X ենթաբազմությունների քանակը, որոնց համար $A \cap X = B \cap X$:
1) 31 2) 32 3) 1024 4) այլ պատասխան
10. Հայտնի է, որ l ուղիղը զուգահեռ է $y = x$ ուղղին և շոշափում է $x^2 + y^2 = 4$ շրջանագիծը: Գտնել l ուղղով և կոորդինատային առանցքներով սահմանափակված եռանկյան մակերեսը:
1) 2 2) 4 3) 8 4) այլ պատասխան
11. Շրջանագծի AB և CD լարերը հատվում են E կետում, ընդ որում AD -ն տրամագիծ է, իսկ BC լարի երկարությունը հավասար է շառավիղին: Գտնել $\angle AED$ -ն:
1) 120° 2) 90° 3) 60° 4) այլ պատասխան
12. 2021 աշակերտ հերթականությամբ մտնենում են գրատախտակին և գրում թվեր հետևյալ սկզբունքով. առաջին աշակերտը գրում է 1 թիվը, երկրորդ աշակերտը՝ 2, իսկ յուրաքանչյուր հաջորդ աշակերտ գրում է նախորդ երկու աշակերտների գրած թվերի գումարը: Գտնել 2021-րդ աշակերտի գրած թվի մնացորդը 19-ի բաժանելիս:
1) 2 2) 5 3) 8 4) այլ պատասխան
13. ABC եռանկյան մեջ C գագաթից տարված են CH բարձրությունը և CM միջնագիծը: Հայտնի է, որ $CH = 4$, $HM = 3$, $AB = 10$: Գտնել ABC եռանկյան արտագծած շրջանագծի շառավիղը:
1) 10 2) 4 3) $5\sqrt{2}$ 4) այլ պատասխան
14. Գտնել n -ի բոլոր այն բնական արժեքների գումարը, որոնցից յուրաքանչյուրի համար գոյություն ունի k բնական թիվ այնպես, որ $kn + 3k - n^2 - 5n = 14$:
1) 1 2) 5 3) 2 4) 6

15. Գտնել $y = ||x - 2| - 1|$ ($x \in [-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2}]$) հավասարումով տրված բեկյալի երկարությունը:

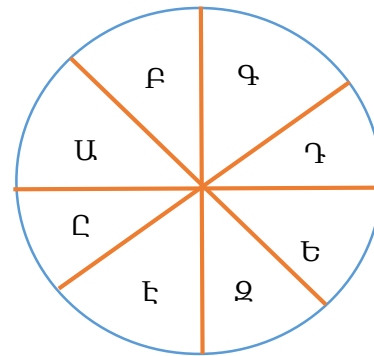
- 1) 20 2) 15 3) $10\sqrt{2}$ 4) այլ պատասխան

16. Շրջանագծի վրա տեղադրված է ութ կետ՝ A_1, A_2, \dots, A_8 (ցանկացած երկու հարևան կետերով առաջացած աղեղի երկարությունը 1 սմ է): Գորտը գտնվելով նշված կետերից որևէ մեկում կարող է շրջանագծի աղեղով ժամսլաքի ուղղությամբ թռչել 2 կամ 3 սմ՝ հայտնվելով նշված կետերից մեկ ուրիշ կետում (օրինակ, եթե այն A_1 կետում է, ապա իր մեկ թռիչքով կարող է տեղափոխվել A_3 կամ A_4): Սկզբնական պահին գորտը գտնվում է A_1 կետում և ցանկանում է որոշակի քայլերի արդյունքում հայտնվել A_8 կետում, ընդ որում յուրաքանչյուր կետում լինելով ամենաշատը մեկ անգամ (Օրինակ՝ $A_1 \rightarrow A_4 \rightarrow A_7 \rightarrow A_2 \rightarrow A_5 \rightarrow A_8$): Ամենաշատը քանի՞ հնարավոր ճանապարհով կարող է գորտը A_1 -ից հասնել A_8 :



17. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 թվանշաններից որոշների միջոցով կազմում են A և B երկնիշ թվեր այնպես, որ $A < B$, ընդ որում A և B թվերը միասին պարունակում են չորս իրարից տարբեր նիշեր: Ամենաշատը քանի՞ եղանակով է հնարավոր կազմել այդպիսի A և B թվեր:

18. Շրջանը բաժանված է U, F, G, T, E, Q, L հավասար մասերի (դաշտերի) (տես՝ նկարը): Նշված դաշտերից յուրաքանչյուրում տեղադրվում է 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 թվերից մեկը այնպես, որ տրամագծորեն հակադիր դաշտերում գրված թվերի գումարը լինի 9 և յուրաքանչյուր երկու հարևան դաշտերում գրված թվերի դրական տարբերությունը լինի 1-ից տարբեր (յուրաքանչյուր թիվ գրվում է միայն մեկ մասում): Ամենաշատը քանի՞ եղանակով է հնարավոր տեղադրել այդ թվերը: [Լրացման որևէ երկու եղանակ համարել իրարից տարբեր, եթե առնվազն մեկ դաշտում գրված թվերն իրարից տարբեր են]:



19. Գտնել $\frac{900}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + d$ արտահայտության բոլոր հնարավոր արժեքների քանակը, որտեղ a, b, c, d -ն բնական թվեր են, ընդ որում՝ 900 - ը բաժանվում է a -ի, a - ն բաժանվում է b -ի, b - ն բաժանվում է c -ի, c - ն բաժանվում է d -ի և $900 > a > b > c > d > 1$:

20. Տրված է $5\sqrt{3}$ սմ կողմով ABC հավասարակողմ եռանկյունը: AC կողմի վրա տրված է E_0 կետ այնպես, որ $AE_0 = \sqrt{3}$ սմ: Մրջյունը գտնվելով եռանկյան կողմերից մեկի ինչ-որ կետի վրա սկսում է շարժվել տրված կողմին ուղղահայաց ուղղով (եռանկյան ներսով): Հասնելով ինչ-որ կողմի որևէ կետի, այն սկսում է շարժվել այդ կողմին ուղղահայաց ուղղով, և այդպես շարունակ: Սկզբնական դիրքում մրջյունը գտնվում է E_0 կետում: Շարժվելով վերը նշված հետագծով այն կանգ է առնում այն ժամանակ, երբ նորից հասնում է E_0 կետին: Քանի՞ սմ է մրջյունի անցած ճանապարհի երկարությունը: