

Տևողությունը – 180 րոպե

1. Դիցուք a, b, c բնական թվերն այնպիսին են, որ $a^2 + b^2 = c^2$: Ապացուցել, որ $\frac{1}{2}(c - a)(c - b)$ արատահայտության արժեքը բնական թվի քառակուսի է:
2. Գտնել բոլոր a և b բնական թվերը, որոնց համար $\frac{a^{2020} + b}{ab}$ արտահայտության արժեքը բնական թիվ է:
3. Ոչ հավասարասրուն ABC սուրանկյուն եռանկյան ներսում, AC կողմի միջնուղղահայացի վրա վերցրել են P կետ այնպես, որ $\angle PAC + \angle PCB + \angle PBA = 90^\circ$: AC կողմի միջնուղղահայացի նպատկանող կամայական K կետից տարել են AB ուղղին զուգահեռ ուղիղ, որը BC ուղիղը հատում է F կետում: Ապացուցել, որ F, P, K, C կետերով անցնում է շրջանագիծ:
4. Արամն ու Բաբկենը խաղում են հետևյալ խաղը: Սեղանին դրված են 8 քարտեր, որոնցից մեկի վրա գրված է 1 թիվը, երկրորդի վրա գրված է 2 թիվը և այդպես շարունակ՝ ընդհանուր առմամբ գրված են 1-ից 8 բոլոր բնական թվերը: Արամը վերցնում է այդ քարտերից որևէ մեկը, այնուհետև մեկ քարտ ընտրում է Բաբկենը, այնուհետև կրկին ընտրում է Արամը և այդպես շարունակ, մինչև քարտերն ավարտվեն ու երկուսն էլ ունենան չորսական քարտեր: Այնուհետև երկուսն էլ հաշվում են իրենց մոտ եղած քարտերի վրա գրված թվերի գումարը: Եթե երկուսի մոտ էլ պարզ թվեր են կամ երկուսի մոտ էլ բաղադրյալ թվեր են, ապա խաղն ավարտվում է ոչ-ոքի: Հակառակ դեպքում հաղթում է այն խաղացողը ում մոտ ստացվել է պարզ թիվ: Պարզել, թե արդյո՞ք խաղացողների մեկն ունի հաղթական մարտավարություն: