

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա-2021

Դպրոցական փուլ – 11-12-րդ դասարան

Տևողությունը 150 րոպե

1. Քանի՞ բնական բաժանարար ունի  $9!$  թիվը:

- 1) 128                      2) 160                      3) 96                      4) այլ պատասխան

2. Գտնել  $x^3 - 2x^2 - 7x + 2 = 0$  հավասարման արմատների քառակուսիների գումարը:

- 1) 18                      2) 45                      3) 10                      4) այլ պատասխան

3.  $F(n)$ -ին վերագրվում է  $3n+1$ , եթե  $n$ -ը գույգ է և վերագրվում է  $5n+1$ , եթե  $n$ -ը կենտ է:

Գտնել  $F(F(F(10)))$ -ը:

- 1) 31                      2) 463                      3) 469                      4) այլ պատասխան

4. Քանի՞ եղանակով է հնարավոր 11 միանման մատիտները դասավորել 4 տուփերում այնպես, որ յուրաքանչյուր տուփում լինի առնվազն երկու մատիտ:

- 1) 16                      2) 20                      3) 12                      4) այլ պատասխան

5. Գտնել 0,3,4,5 թվանշաններով գրվող 5-ին բազմապատիկ եռանիշ չկրկնվող թվանշաններով թվերի միջին թվաքանականը:

- 1) 432,5                      2) 420                      3) 413                      4) այլ պատասխան

6. Կարենն ու Արմենը խաղում են խաղ: Կարենի մոտ կան թղթեր, որոնց վրա գրված են 1-ից մինչև 30 բնական թվերը: Կարենը ինչ-որ հերթականությամբ շրջանաձև դասավորում է այդ թղթերը, իսկ Արմենը հաշվում է յուրաքանչյուր երկու հարևան թվերի տարբերության մոդուլը և գրում է ծոցատետրում: Այնուհետև Արմենը Կարենին տալիս է ստացված թվերից ամենափոքրի չափ կոնֆետ: Կարենը պետք է թղթերը դասավորի այնպես, որ հնարավորինս շատ կոնֆետ ստանա: Ամենաշատը քանի՞ կոնֆետ Կարենը կարող է ստանալ:

- 1) 15                      2) 10                      3) 14                      4) այլ պատասխան

7. Երկուշաբթի օրը դասարանի 5 աշակերտ մաթեմատիկայից ստացել են 10, երեքշաբթի օրը՝ 8 աշակերտ, չորեքշաբթի օրը՝ 6 աշակերտ, հինգշաբթի օրը՝ 4 աշակերտ և ուրբաթ օրը՝ 9 աշակերտ: Աշակերտներից ոչ մեկը երկու հաջորդական օրերին 10 չեն ստացել: Ամենաքիչը քանի՞ աշակերտ են սովորում դասարանում:

- 1) 14                      2) 15                      3) 10                      4) այլ պատասխան

8. Գտնել  $a$  պարամետրի ամենափոքր բնական արժեքը, որի դեպքում  $x + \frac{25}{x} = a$

հավասարման մի արմատը փոքր է 2-ից, իսկ մյուս արմատը մեծ է 11-ից:

- 1) 14                      2) 10                      3) 18                      4) այլ պատասխան

9. Գտնել  $a$  պարամետրի այն արժեքների քանակը, որոնց դեպքում  $a \cdot 4^{\sqrt{x^2+1}} = 3^{|\cos x|} + a^2$  հավասարումն ունի միակ արմատ:

- 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) այլ պատասխան

10. Հետևյալ չորս ասույթներից քանիսն են ճշմարիտ.

ա)  $\sqrt{a} > 2 \Rightarrow a \geq 4$  բ) Եթե  $|a+b| < |a|+|b|$ , ապա  $a \cdot b \leq 0$  գ)  $a^{\frac{1}{3}} \leq -4 \Rightarrow a \geq 0$

դ) Ցանկացած  $a, b, c$  թվերի դեպքում  $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$ :

- 1) 1                      2) 2                      3) 3                      4) 4

11.  $SABC$ –ն ցանկացած քառանիստ է, ընդ որում  $SC \perp AB$  և  $SB \perp AC$  : Տվյալ քառանիստի համար հետևյալ չորս պնդումներից որո՞նք են ճիշտ. ա)  $SA \perp BC$

բ) Այդ քառանիստի  $SA$  և  $BC$  կողերին զուգահեռ հատույթը կարող է լինել սեղան  
 գ) Եթե  $SH$  –ը քառանիստի բարձրությունն է, ապա  $H$  –ը եռանկյան օրթոկենտրոնն է (բարձրությունները պարունակող ուղիղների հատման կետը) :

դ) Քառանիստի որևէ գագաթի հարթ անկյունները  $90^\circ$  –ից տարբեր չեն կարող լինել :

- 1) ա) , գ)            2) գ), դ)            3) ա), գ), դ)            4) այլ պատասխան

12.  $SABC$  քառանիստում  $SA = 4, SC = 1, BC = 7$  : Գտնել  $AB$  –ն, եթե  $SB \perp AC$  :

- 1) 10            2)  $\sqrt{10}$             3) 8            4)  $\sqrt{34}$

13. Տրված է  $ABCD$  ուղղանկյուն, որի  $A$  և  $B$  գագաթները գտնվում են  $Ox$  առանցքի վրա և ունեն  $(-4; 4)$  միջակայքին պատկանող աբսցիսներ, իսկ մյուս երկու գագաթները գտնվում են  $y = \sqrt{27 - x^2}$  ֆունկցիայի գրաֆիկի վրա: Գտնել այդպիսի ուղղանկյան մակերեսի մեծագույն արժեքը :

- 1) 24            2)  $18\sqrt{2}$             3)  $6\sqrt{3}$             4) այլ պատասխան

14.  $E$  կետը գտնվում է 3սմ կողովով  $ABC$  հավասարակողմ եռանկյան  $AC$  կողմի վրա , ընդ որում՝  $AE = 1$  սմ: Մրջյունը սկսում է շարժվել  $E$  կետից  $AB$  ուղղին զուգահեռ (եռանկյան ներսով) : Հասնելով  $BC$  կողմի որևէ կետին այն սկսում է շարժվել  $AC$  –ին զուգահեռ : Այսպես շարունակելով, այն ցանկացած կողմին հասնելուց հետո փոխում է ուղղությունը և սկսում է շարժվել եռանկյան մյուս երկու կողմերից մեկին զուգահեռ : Այն շարունակում է այս ճանապարհը մինչև  $E$  կետին վերադառնալը : Գտնել մրջյունի անցած ճանապարհի երկարությունը (մրջյունը նույն ճանապարհով անցնում է ճիշտ մեկ անգամ) :

- 1) 8սմ            2) 9սմ            3) 7սմ            4) այլ պատասխան

15.  $BC$  և  $AD$  հիմքերով  $ABCD$  սեղանում  $AB = 18, BC = 10, CD = 24, DA = 40$  :

Շրջանագիծը, որն անցնում է  $A$  և  $B$  կետերով  $CD$  ուղիղը շոշափում է  $E$  կետում : Գտնել  $C$  կետի հեռավորությունը  $E$  կետից :

- 1) 4            2) 20            3)  $\sqrt{15}$             4) այլ պատասխան

16.  $ABC$  սուրանկյուն եռանկյունուց դուրս կառուցված է  $ADC$  կանոնավոր եռանկյունը, որին արտագծված է շրջանագիծ :  $T$  –ն  $BD$  հատվածի և այդ շրջանագծի հատման կետն է : Գտնել  $BD$  հատվածի երկարությունը, եթե  $TA = 3, TB = 4$  և  $TC = 5$  :

17. Տրված է  $p(x)$  ոչ զրոյական բազմանդամը, որը բավարարում է  $p(2x - 1) = 4p(x)$

նույնությամբ: Գտնել  $\frac{p(10)}{p(0)}$  արտահայտության արժեքը:

18. Գտնել  $\log_{\frac{7}{18}} \left| \sin \left( \alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \log_{\frac{7}{18}} \left| \cos \left( 3\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right|$  արտահայտության արժեքը, եթե

$$\sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}} :$$

19. Հայտնի է, որ  $3^x - 3^y = y^3 - x^3$  : Գտնել  $x^2 + 3xy + 5x + 7y + 16$  արտահայտության փոքրագույն արժեքը :

20. Գտնել բնական թվերից կազմված  $(a, b, c)$  եռյակների քանակը, որոնց համար տեղի ունի  $a + b + c = 20$  հավասարությունը: