

Մաթեմատիկայի օլիմպիադա-2021

Դպրոցական փուլ- 10-րդ դասարան

Տևողությունը-150 րոպե

- Գտնել $a^3 - b^3$ արտահայտության արժեքը, եթե $a - b = 5$, $ab = 2$:
1) 125 2) 140 3) 155 4) այլ պատասխան
- Հայտնի է, որ $a + b - c = 4$, $ab - bc - ac = 5$: Հաշվել $a^2 + b^2 + c^2$ արտահայտության արժեքը:
1) 6 2) 11 3) 16 4) այլ պատասխան
- Հայտնի է, որ $a - b = 2$ և $ab = 1$: Հաշվել $a^2 + \frac{b}{a}$ արտահայտության արժեքը:
1) 4 2) 5 3) 6 4) այլ պատասխան
- Գտնել $5^{12} - 5^9$ թվի բոլոր բնական բաժանարարների քանակը:
1) 60 2) 18 3) 27 4) այլ պատասխան
- Գտնել $x + \frac{16}{x}$ ($x > 0$) արտահայտության փոքրագույն արժեքը:
1) 10 2) 17 3) 7 4) այլ պատասխան
- n բնական թիվը բաժանվում է 8-ի և չի բաժանվում 16-ի: Քանի՞ անգամ է n թվի գույգ բաժանարարների քանակը մեծ նրա կենտ բաժանարարների քանակից:
1) 2 2) 3 3) 4 4) այլ պատասխան
- Գտնել $9^{12} - 9^{10}$ և $14^{12} - 14^{10}$ թվերի ամենամեծ ընդհանուր բաժանարարը:
1) 48 2) 80 3) 240 4) այլ պատասխան
- Շրջանագծին արտագծած հավասարասրուն սեղանի միջին գիծը 14 սմ է: Քանի՞ սմ է այդ սեղանի սրունքը:
1) 14 2) 7 3) 28 4) այլ պատասխան
- ABC հավասարասրուն եռանկյան AC հիմքը 10 սմ է: Տարված են AH և BK բարձրությունները: Քանի՞ սմ է HK հատվածը:
1) 5 2) 7 3) 9 4) 11
- Տրված են $A = \{2; 3; 4; 5\}$, $B = \{4; 5; 6; 7; 11\}$, $C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ բազմությունները: Գտնել C բազմության այն բոլոր X ենթաբազմությունների քանակը, որոնց համար $A \cap X = B \cap X$:
1) 64 2) 63 3) 32 4) այլ պատասխան
- Շրջանագծին ներգծած $ABCD$ քառանկյան անկյունագծերը հատվում են E կետում, ընդ որում շրջանագծի կենտրոնը գտնվում է $ABCD$ քառանկյան ներսում: Հայտնի է, որ BC լարի երկարությունը հավասար է շառավղին, AD -ն $\sqrt{3}$ անգամ մեծ է շառավղից: Գտնել $\angle AED$ -ն:
1) 120° 2) 90° 3) 60° 4) այլ պատասխան
- Հայտնի է, որ l ուղիղը զուգահեռ է $y = -x$ ուղիղին, շոշափում է $x^2 + y^2 = 4x$ շրջանագիծը և հատում է OX առանցքը դրական արսցիս ունեցող կետում: Հայտնի է, որ l ուղիղով և կոորդինատային առանցքներով սահմանափակված եռանկյան մակերեսը կարելի է արտահայտել $a + b\sqrt{p}$ տեսքով, որտեղ $a, b, p \in \mathbb{N}$, p -ն պարզ թիվ է: Գտնել $a + b + p$ արտահայտության արժեքը:
1) 12 2) 14 3) 10 4) 15
- Գտնել $\frac{4900}{a} + \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + d$ արտահայտության բոլոր հնարավոր արժեքների քանակը, որտեղ a, b, c, d -ն բնական թվեր են, ընդ որում՝ $4900 - d$ բաժանվում է a -ի, $a - d$ բաժանվում է b -ի, $b - d$ բաժանվում է c -ի, $c - d$ բաժանվում է d -ի և $4900 > a > b > c > d > 1$:
1) 6 2) 5 3) 4 4) այլ պատասխան

14. $ABCD$ քառանկյան անկյունագծերը փոխադրահայաց են: Գտնել AB կողմի երկարությունը, եթե հայտնի է, որ $BC = 3, CD = 4, DA = 5$:

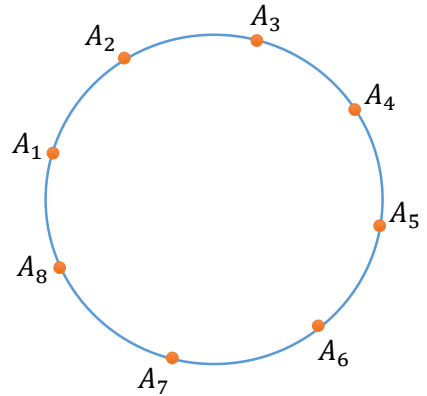
- 1) 5 2) 4 3) $3\sqrt{2}$ 4) այլ պատասխան

15. Գտնել $y = ||x + 3| - 1|$ ($x \in [-10\sqrt{2}, 10\sqrt{2}]$) հավասարումով տրված բեկյալի երկարությունը:

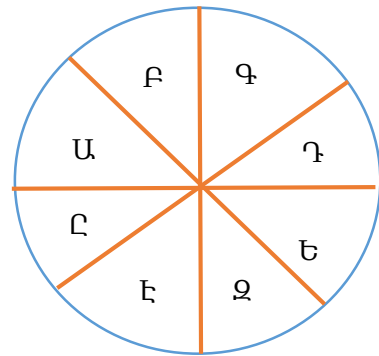
- 1) 20 2) 30 3) 40 4) այլ պատասխան

16. ABC հավասարակողմ եռանկյունը այդ եռանկյան հարթության մեջ պտտեցին A գագաթի նկատմամբ 30° -ով և ստացան ADE եռանկյունը: ABC և ADE եռանկյունների ընդհանուր մասի մակերեսի հարաբերությունը ABC եռանկյան մակերեսին կարելի է ներկայացնել $a\sqrt{p} - b$ տեսքով, որտեղ a, b, p -ն բնական թվեր են, p -ն պարզ թիվ է: Գտնել $a + b + p$ արտահայտության արժեքը:

17. Շրջանագծի վրա տեղադրված է ութ կետ՝ A_1, A_2, \dots, A_8 (ցանկացած երկու հարևան կետերով առաջացած աղեղների երկարությունները հավասար են 1 սմ): Գորտը գտնվելով նշված կետերից որևէ մեկում կարող է շրջանագծի աղեղով ժամսլաքի ուղղությամբ թռչել 2 սմ կամ 5 սմ՝ հայտնվելով նշված կետերից մեկ ուրիշ կետում (օրինակ, եթե այն A_1 կետում է, ապա իր մեկ թռիչքով կարող է տեղափոխվել A_3 կամ A_6): Սկզբնական պահին գորտը գտնվում է A_1 կետում և ցանկանում է որոշակի քայլերի արդյունքում հայտնվել A_8 կետում, ընդ որում յուրաքանչյուր կետում լինելով ամենաշատը մեկ անգամ (օրինակ՝ $A_1 \rightarrow A_3 \rightarrow A_8$): Ամենաշատը քանի՞ հնարավոր ճանապարհով կարող է գորտը A_1 -ից հասնել A_8 :



18. Շրջանը բաժանված է U, F, G, T, E, O, L հավասար մասերի (դաշտերի) (տես՝ նկարը): Նշված դաշտերից յուրաքանչյուրում տեղադրվում է 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 թվերից մեկը այնպես, որ տրամագծորեն հակադիր մասերում գրված թվերի գումարը լինի 9 և յուրաքանչյուր երկու հարևան դաշտերում գրված թվերի դրական տարբերությունը լինի 2-ից տարբեր (յուրաքանչյուր թիվ գրվում է միայն մեկ դաշտում): Ամենաշատը քանի՞ եղանակով է հնարավոր տեղադրել այդ թվերը: [Լրացման երկու եղանակները համարել տարբեր, եթե գոնե մի դաշտում գրված թվերը իրարից տարբեր են]:



19. 16 սմ շառավղով կիսաշրջանագծին ներգծած է ուղղանկյուն այնպես, որ նրա երկու գագաթները գտնվեն կիսաշրջանագծի վրա, իսկ մյուս երկուսը՝ տրամագծի վրա: Գտնել այդպիսի ուղղանկյան մակերեսի մեծագույն արժեքը (արտահայտված սմ²-ով):

20. Նշանակենք $R(x)$ -ով $P(x) = x^{100} - x^{90} - x^{80}$ բազմանդամի մնացորդը $Q(x) = x^2 + x + 1$ բազմանդամի վրա բաժանելիս: Հաշվել $R(5)$ արտահայտության արժեքը: