ԱՌԱՋԱԴՐԱՆՔՆԵՐ ԵՎ ԼՈՒԾՈՒՄՆԵՐ

Մ Ա Թ Ե Մ Ա Տ Ի Կ Ա

7-8-րդ դասարաններ

1.Գրատախտակին գրված են մի քանի երկնիշ թվեր: Այդ թվերից յուրաքանչյուրը բաղադրյալ է, սակայն յուրաքանչյուր զույգը փոխադարձաբար պարզ է(ընդհանուր բաժանարար չունեն): Ամենաշատը քանի՞ երկնիշ թիվ է գրված գրատախտակին:

Պատասխան՝ *4 թիվ:*

Լուծում: Քանի որ գրված թվերից յուրաքանչյուր զույգը փոխադարձաբար պարզ է, ապա 2, 3, 5, 7 պարզ թվերից յուրաքանչյուրը կարող է մտնել 1-ից ոչ ավելի թվի վերլուծության մեջ:

Եթե գրատախտակին գրված լինեն 5 կամ ավելի թվեր, ապա պարզ բաժանարարները որևէ մեկի մեջ պետք է 11-ից փոքր չլինեն, բայց այդ թիվը բաղադրյալ է, հետևաբար փոքր չէ 121-ից: Քանի որ գրատախտակին գրված թվերը բոլորը երկնիշ են, հետևաբար գրատախտակին գրված են 4-ից ոչ ավելի թվեր:

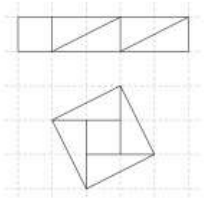
Օրինակ՝ 25, 26, 33, 49 (կարող է բերված լինեն նաև այլ քառյակներ):

2. A և B կետերից, միաժամանակ, հաստատուն արագությամբ, միմյանց ընդառաջ, համապատասխանաբար դուրս եկան մոտոցիկլավարը և հեծանվորդը: Մեկնարկից 20 րոպե հետո մոտոցիկլավարը 2 կմ-ով ավելի մոտ էր B-ին, քան AB հատվածի միջնակետին, իսկ 30 րոպե հետո հեծանվորդն էր 3 կմ-ով ավելի մոտ B-ին, քան AB հատվածի միջնակետին: Մեկնարկից քանի՞ րոպե հետո հանդիպեցին մոտոցիկլավարը և հեծանվորդը:

Պատասխան: *Մեկնարկից 24 րոպե հետո:*

Լուծում: 10 րոպեի ընթացքում մոտոցիկլավարն անցնում է AB ճանապարհի 1/4 մասը և ևս 1 կմ, իսկ հեծանվորդը՝ 1/6 մասից 1 կմ պակաս: Հետևաբար, երկուսով՝ 10 րոպեի ընթացքում, շարժվելով միմյանց ընդառաջ, կանցնեն AB ճանապարհի 1/4+1/6=5/12 մասը: Այսպիսով, նրանք միասին հաղթահարում են AB ճանապարհը, այսինքն, հանդիպում են 10·12/5=24 րոպեից:

3. (7-րդ դաս.) Ուղղանկյան մի կողմը 5 անգամ երկար է մյուսից: Հնարավո՞ր է այդ ուղղանկյունը 5 մասի կտրտել այնպես, որ համադրելով այդ մասերը ստացվի քառակուսի: Մասերը կարելի է թեքել և շրջել, բայց չի կարելի վերադրել մեկը մյուսի վրա, և քառակուսու ներսում չպետք է լինի չծածկված տիրույթ: (Եթե հնարավոր է, ապա ցույց տալ ինչպե՞ս):



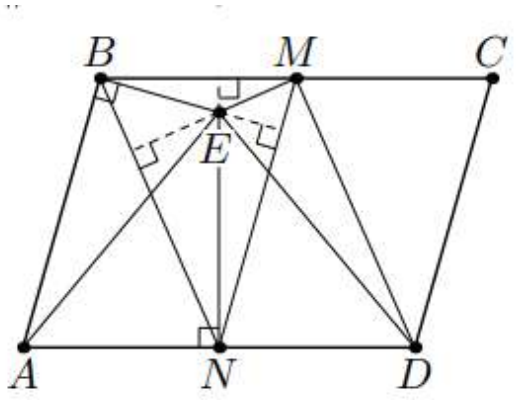
Պատասխան: *Այո, հնարավոր է (նկար 1):*

Նկար 1.

3. (8-րդ դաս.) ABCD զուգահեռագծի ներսում E կետը վերցրած է այնպես, որ AE = DE և ∠ABE = 90◦: M կետը BC հատվածի միջնակետն է: Գտնել ∠DME-ն:

Պատասխան՝ *90◦ .*

Լուծում: AD հատվածի միջնակետը նշանակենք N տառով: Քանի որ եռանկյունի AED-ն հավասարասրուն է, նրա EN միջնագիծը հանդիսանում է նաև բարձրություն՝ EN ⊥ AD. Այսինքն, NE ⊥ BC (նայել նկար1-ը): Քանի որ AD II BC и BM = MC = AN = ND = AD/2, ապա ABMN և BMDN քառանկյունները զուգահեռագծեր են, որտեղից հետևում է, որ AB II MN և BN II DM. Քանի որ ∠ABE = 90◦ և AB II MN, ստանում ենք՝ BE ⊥ MN. Այսպիսով, E-ն՝ BMN եռանկյան բարձրությունների հատման կետն է, որտեղից ստանում ենք, որ ME ⊥ BN. Վերջապես BN II DM-ից ստանում ենք, որ ME⊥ DM, այսինքն ∠DME = 90◦ .



Նկար 1

4. Գևորգը, Ալեքսը և Ռաֆայելը խաղում են թենիս հետևյալ կերպ՝ ամեն խաղի ժամանակ խաղում են 2-ը, իսկ երրորդը սպասում է: Պարտվողը խաղը փոխանցում է երրորդին և հերթական խաղի ժամանակ դառնում է սպասող: Գևորգը խաղացել է 12 խաղ, Ալեքսը՝ 7, իսկ Ռաֆայելը՝ 11 խաղ: Քանի՞ անգամ Գևորգը հաղթեց Ալեքսին:

Պատասխան՝ 4:

Լուծում: Գևորգը, Ալեքսը և Ռաֆայելը ընդամենը խաղացել են (12+7+11)/2=15 խաղ: Այսինքն, Գևորգը չի մասնակցել 15-12=3 խաղի, Ալեքսը՝ 15-7=8, իսկ Ռաֆայելը՝ 15-11=4 խաղի:

Քանի որ խաղի ժամանակ մի խաղացողը չի կարող բաց թողնել 2 խաղ անընդմեջ, ստացվում է, որ Ալեքսը չի խաղացել առաջին խաղը և բաց է թողել յուրաքանչյուր երկրորդ խաղը՝ 15 խաղից մասնակցել է 8-ին, այսինքն, Ալեքսը պարտվել է իր մասնակցած բոլոր խաղերը:

Այսպիսով, Գևորգը Ալեքսին հաղթել է միասին խաղացած բոլոր խաղերում, որոնց քանակը հավասար է 4-ի, քանի որ Ռաֆայելը չի խաղացել 4 խաղ:

5. Մի հին հայկական թագավորությունում կյանքը խաղաղ էր ու միապաղաղ:Այդ երկիրն ուներ մի խելացի ու սրամիտ թագավոր: Նա մտածում է հետաքրքրություն մտցնել թագավորության կյանքում և արձակում է հրովարտակ.<<Ո՞վ կարողանա խնդիր առաջարկել, որն անհավանական լինի, թագավորությանս կեսը կտամ նրան>>:

Գալիս է մի ծեր այգեպան և ասում.

-Թագավորն ապրած կենա, իմ այգում խնձորենիներ ու տանձենիներ եմ տնկել: Յուրաքանչյուր տանձենուց ճիշտ 1մ հեռավորության վրա աճում է ուղիղ 3 խնձորենի , սակայն տանձենիները շատ են խնձորենիներից:

-Չի՛ կարող պատահել,-բղավում է թագավորը:
-Կարող է...
Օգնեք ծերունուն բացատրել այս խնդիրը:

9-10-րդ դասարաններ

1. Համեմատել թվերը՝

$$\sqrt{2019}+\sqrt{2018+\sqrt{2019}} \quad \text{և} \quad \sqrt{2018}+\sqrt{2019+\sqrt{2018}}:$$

Պատասխան ՝$\sqrt{2019}+\sqrt{2018+\sqrt{2019}} > \sqrt{2018}+\sqrt{2019+\sqrt{2018}}$:

Լուծում: Ենթադրենք $a=\sqrt{2019}+\sqrt{2018+\sqrt{2019}}>0$, $b=\sqrt{2018}+\sqrt{2019+\sqrt{2018}}>0$: Այդ դեպքում

$$a^2-b^2=\left(\sqrt{2019}+\sqrt{2018+\sqrt{2019}}\right)^2-\left(\sqrt{2018}+\sqrt{2019+\sqrt{2018}}\right)^2$$
$$=\sqrt{2019}-\sqrt{2018}+2\sqrt{2019\cdot 2018+2019\sqrt{2019}}-2\sqrt{2019\cdot 2018+2018\sqrt{2018}}>0$$

քանի որ $\sqrt{2019}>\sqrt{2018}$ և $2019\sqrt{2019}>2018\sqrt{2018}$, (քանի որ $y=\sqrt{x}$ ֆունկցիան աճող է): Հետևաբար $a^2>b^2$, այսինքն $a>b$:

2. Գտնել բոլոր (p,q) պարզ թվազույգերը, որոնք $p^2+3pq+q^2$ արտահայտությունը դարձնում են

ա) լրիվ քառակուսի,

բ) 5-ի աստիճան:

Լուծում: Ենթադրենք $p^2+3pq+q^2=r^2$, որտեղ p և q պարզ թվեր են և $r>0$: Եթե $p\neq 3, q\neq 3$, ապա կստանանք $p^2+3pq+q^2\equiv 2(mod3)$, այսինքն $r^2\equiv 2(mod3)$: Դիցուք $p=3$: Այս դեպքում կունենանք $q^2+9q+9=r^2$: Գրենք հետևյալ տեսքով՝ $(2q+9)^2-45=(2r)^2$, որտեղից կունենանք $(2q-2r+9)(2q+2r+9)=45$: Հաշվի առնելով, որ $r>0$ կունենանք $2q+2r+9=15$ կամ $2q+2r+9=45$: Առաջին հավասարումից կստանանք $q+r=3$, իսկ երկրորդ հավասարումից՝ հետևյալ համակարգը.

$$\begin{cases} q+r=18 \\ 2q-2r+9=1 \end{cases}$$

Որտեղից ստացվում է, որ $q=7$: Հաշվի առնելով արտահայտության սիմետրիկությունը կստանանք $p=3, q=7$ և $p=7, q=3$:

բ) Դիցուք $p^2+3pq+q^2=5^n$, որտեղ n-ը բնական թիվ է, հաշվի առնելով $p\geq 2, q\geq 2$, կունենանք $p^2+3pq+q^2\geq 20$, և $n\geq 2$: $(p^2+3pq+q^2)\vdots 25$ և $(p^2+3pq+q^2)=((p-q)^2+5pq)\vdots 5$: Քանի որ $(p-q)^2\vdots 5$, առավել ևս $(p-q)^2\vdots 25$: Հետևաբար $5pq\vdots 25$, ստացանք $p=5$ կամ $q=5$: Բայց $p=5$ −ից հետևում է,որ $q=5$,այսպիսով, $p^2+3pq+q^2=125=5^3$: Խնդրի միակ լուծումն է $p=q=5$:

3.*Դիցուք x, y և z-ը դրական իրական թվեր են: Ապացուցել որ* $x^2+xy^2+xyz^2\geq 4xyz-4$:

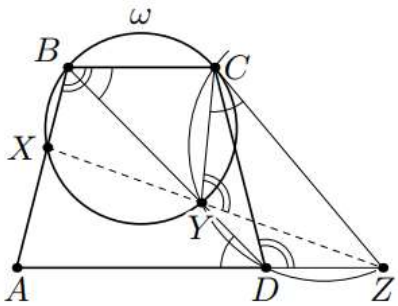
<u>Լուծում</u> Ակնհայտ է, որ $x^2\geq 4x-4$, $y^2\geq 4y-4$ *և* $z^2\geq 4z-4$:

Հետևաբար՝

$$x^2 + xy^2 + xyz^2 \geq (4x - 4) + x(4y - 4) + xy(4z - 4) \geq 4xyz - 4:$$

4. Տրված է BC և AD հիմքերով ABCD հավասարասրուն սեղանը: ω շրջանագիծն անցնում է B և C գագաթներով և կրկին հատում է AB կողմը և BD անկյունագիծը համապատասխանաբար X և Y կետերում. ω շրջանագծի C կետում տարված շոշափողը հատում է AD ճառագայթը Z կետում. Ապացուցել, որ X, Y և Z կետերն ընկած են մի ուղղի վրա:

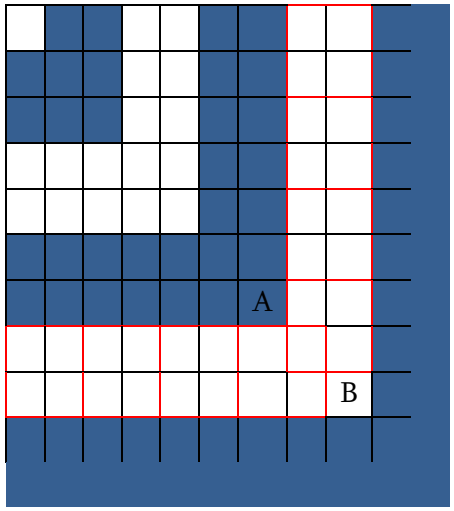
Ապացույց: Քանի որ BC II AD, իսկ ZC ուղիղը շոշափում ω շրջանագիծը, ապա ∠ADB = ∠YBC = ∠YCZ: Հետևաբար ∠YDZ + ∠YCZ = 180◦ , այսինքն CYDZ քառանկյունը ներգծյալ է (նկար 1): Այսպիսով ∠CYZ = ∠CDZ = ∠XBC = 180◦ – ∠CYX, որտեղ վերջին երկու հավասարումները հետևում են նրանից, որ ABCD սեղանը հավասարասրուն է և XBCY քառանկյունը ներգծված է ω շրջանագծին, որտեղից ∠CY Z + ∠CY X = 180◦ , այդ պատճառով էլ X, Y և Z կետերն ընկած են մի ուղղի վրա:



Նկար 1

5. 2019 x 2019 չափանի վանդակավոր աղյուսակի յուրաքանչյուր վանդակում գրված է թիվ, որը մոդուլով չի գերազանցում 1-ը: Տրված աղյուսակի ցանկացած 2 x 2 չափանի քառակուսում գրված թվերի գումարը 0 է: Ապացուցել , որ աղյուսակում գրված բոլոր թվերի գումարը չի գերազանցում 2019-ը:

Ապացույց:



Աղյուսակը բաժանենք 1010 տիրույթների՝ ինչպես ցույց է տրված նկարում. առաջին տիրույթը դա անկյունային վանդակն է, երկրորդ տիրույթը՝ 3 x 3 չափանի քառակուսին է՝ առանց անկյունային վանդակի, երրորդը՝ 5 x 5 չափանի քառակուսին է առանց առաջին 2 տիրույթների և այսպես

շարունակ: 1009 մասերից յուրաքանչյուրում, սկսած երկրորդից, թվերի գումարը չի գերազանցում 2-ը: Իրոք որ, այդ մասերում տեղադրենք 2 x 2 չափանի քառակուսիներ՝ ինչպես ցույց է տրված նկարում (նկարի՝ կարմիր գույնով եզրագծված, վանդակները): A վանդակը նրանցով կծածկվի 2 անգամ, իսկ B վանդակը չի ծածկվի ոչ մի քառակուսով: Ենթադրենք A վանդակում կանգնած է a թիվը, իսկ B վանդակում՝ b թիվը: Ըստ խնդրի պայմանի՝ աղյուսակի ցանկացած 2 x 2 չափանի քառակուսում գրված թվերի գումարը 0 է, այնպես, որ այդ տիրույթի բոլոր թվերի գումարը հավասար է b-a, հետևաբար չի գերազանցի 2-ը: Նույն կերպ աղյուսակի բոլոր թվերի գումարը չի գերազանցի 1+2·1009 = 2019:

11-12 դասարաններ

1. Հայտնի է, որ x, y, z թվերը բավարարում են $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ հավասարմանը: Ապացուցեք, որ $(x - y)(y - z)(x - z) \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$:

Ապացույց: Քանի որ փոփոխականների ցանկացած տեղաշարժի դեպքում անհավասարման ձախ մասը կամ չի փոխվում, կամ փոխում է իր նշանը, բավական է նայել x, y, z այն տեղաշարժերը, որոնց դեպքում անհավասարման ձախ մասը ոչ բացասական է: Այդ պատճառով կարելի է համարել $x > y > z$: Օգտվելով Կոշիի անհավասարումից կունենանք.

$$(x - y)(y - z) \leq \left(\frac{(x - y) + (y - z)}{2}\right)^2 = \left(\frac{x - z}{2}\right)^2$$

Հետևաբար՝ $(x - y)(y - z)(x - z) \leq \frac{(x-z)^3}{4}$:

Մեզ մնում է ապացուցել, որ $x - z \leq \sqrt{2}$, կամ որ նույնն է $(x - z)^2 \leq 2$: Վերջինս շատ հեշտ է ապացուցվում, իրոք որ

$$(x - z)^2 = 2x^2 + 2z^2 - (x + z)^2 \leq 2x^2 + 2z^2 = 2 - 2y^2 \leq 2$$

2. Դիցուք f –ը՝ իրական թվերի բազմության վրա որոշված ֆունկցիա է, որի համար

$\boldsymbol{f(xy) + f(y - x) \geq f(x + y)}$, բոլոր իրական x և y թվերի համար:

ա) Գտնել ոչ հաստատուն բազմանդամ, որ բավարարի անհավասարմանը.

բ) Ցույց տալ, որ $\boldsymbol{f(x) \geq 0}$ բոլոր իրական x-երի համար:

Լուծում.

ա) Վերցնենք $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 4}$:

Այդ դեպքում.

$$\boldsymbol{f(xy) + f(y - x) - f(x + y) = \left(x^2y^2 + 4\right) + (y - x)^2 + 4 - (y + x)^2 - 4 = (yx)^2 - 4xy + 4 = (xy - 2)^2 \geq 0}$$

բ) Դիտարկենք այն (x,y) թվազույգերը, որոնց համար xy=x+y: Ներկայացնենք այն հետևյալ տեսքով. (x-1)(y-1)=1, կստանանք, որ հիմնական լուծում են հանդիսանում՝ (x,y)= $(1+t^{-1}, 1+t)$ թվազույգերը, որտեղ $\boldsymbol{t \neq 0}$: Տեղադրելով այն անհավասարման մեջ կստանանք, որ $\boldsymbol{f\left(t - t^{-1}\right) \geq 0}$ բոլոր $\boldsymbol{t \neq 0}$ արժեքների համար: Նշանակելով $\boldsymbol{t - t^{-1} = u}$, կհանգենք՝ $\boldsymbol{t^2 - ut - 1 = 0}$ քառակուսային հավասարմանը, որի տարբերիչը դրական է, հետևաբար ունի իրական արմատներ, ինչպես նաև $\boldsymbol{f(u) \geq 0}$ բոլոր իրական $\boldsymbol{u}$ –երի համար:

Դիտողություն. Տեղադրելով $\boldsymbol{v = y - x}$, $\boldsymbol{u = y + x}$ որտեղից արտահայտելով՝ $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}(u - v), y = \frac{1}{2}(u + v)}$ կարելի է պարզել, որ $\boldsymbol{f\left(\frac{1}{4}(u^2 - v^2)\right) + f(v) \geq f(u)}$: Տեղադրելով $\boldsymbol{u = 2 + \sqrt{v^2 + 4}}$ կստանանք $\boldsymbol{f(v) \geq 0}$ բոլոր $\boldsymbol{v}$–երի համար:

3. Գտնել a պարամետրի այն բոլոր իրական արժեքները, որոնց դեպքում հետևյալ հավասարման ոչ բացասական արմատները կկազմեն թվաբանական պրոգրեսիա $(2a - 1)sinx + (2 - a)sin2x = sin3x$:

Լուծում: Օգտվելով $sin2x = 2sinxcosx$ և $sin3x = sinx(4cos^2x - 1)$ բանաձևերից՝ հավասարումը կարող ենք գրել հետևյալ տեսքով.

$$sinx(2cos^2x - (2 - a)cosx - a) = 0$$

Որտեղից կունենանք $sinx = 0, cosx = 1$ կամ $cosx = -\frac{a}{2}$: $sinx = 0$ և $cosx = 1$ հավասարումների ոչ բացասական լուծումներն են $x = \pi k$ և $x = 2\pi k, k = 0,1,2, \ldots$:

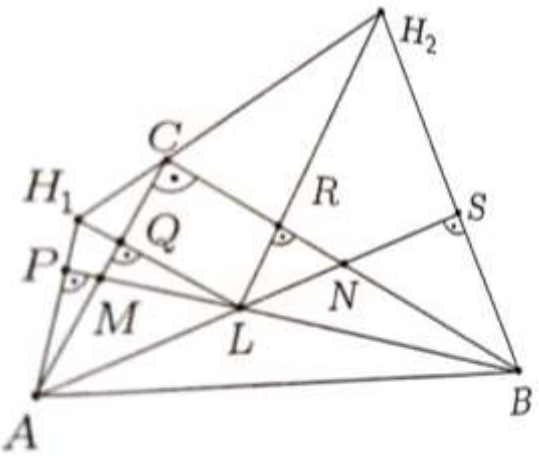
ա) Դիտարկենք $|a| > 2$: Այս դեպքում $cosx = -\frac{a}{2}$ հավասարումը լուծում չունի , հետևաբար տրված հավասարման ոչ բացասական լուծումներն են 0, π, 2π, ..., որոնք կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա:

բ) Այժմ դիտարկենք $|a| \leq 2$ և թող x_0-ն լինի $cosx = -\frac{a}{2}$ հավասարման միակ արմատը $[0, \pi]$ միջակայքում: Այս դեպքում տրված հավասարման ոչ բացասական արմատներն են՝ $x = x_0 + 2\pi k$ և $x = 2\pi - x_0 + 2\pi k$: Որոնցից թվաբանական պրոգրեսիա կկազմեն միայն $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$ կամ $x_0 = \pi$, այսինքն $a = -2$, $a = 0$ կամ $a = 2$:

Այսպիսով, a պարամետրի համար ունեցանք, որ $a = 0$ և $|a| > 2$ արժեքները:

4. M և N կետերը գտնվում են ABC ուղղանկյուն եռանկյան ($< ACB = 90^0$) AC և BC կողմերի վրա, իսկ AN և BM ուղիղներն հատվում են L կետում: Ապացուցեք, որ C գագաթը, AML և BNL եռանկյունների օրթոկենտրոնները (բարձրությունների հատման կետերը) գտնվում են նույն ուղղի վրա:

Ապացույց: Նշանակենք ΔAML-ի և ΔBNL-ի օրթոկենտրոնները համապատասխանաբար H_1 և H_2 : Դիցուք $P=AH_1 \cap BM$, $Q=AC \cap LH_1$, $R=BC \cap LH_2$ և $S=BH_2 \cap AN$: $<APB=<ACB=90^0$ հետևում է, որ APCB-ն ներգծյալ է և այսպիսով $<PAC=<LBC$: Նույն կերպ՝ $<SBC=<LAC$: Քանի որ $\Delta ALH_1 \sim \Delta BH_2L$ նշանակենք $H_2R=x$, $RL=y$ և $LQ=kx$ $QH_1=ky$: Ավելի քան QLRC ուղղանկյուն է, այսպիսով $CR=kx$ և $CQ=y$: Հետևաբար $tg(QCH_1)=k$ և $tg(RCH_2)=\frac{1}{k}$, որտեղից կունենանք $<RCH_2+<QCH_1=90^0$, $<$



$H_1CH_2=180^0$:

5. Մի հին հայկական թագավորությունում կյանքը խաղաղ էր ու միապաղաղ: Այդ երկիրն ուներ մի խելացի ու սրամիտ թագավոր: Նա մտածում է հետաքրքրություն մտցնել թագավորության կյանքում և արձակում է հրովարտակ.<<Ո՞վ կարողանա խնդիր առաջարկել, որն անհավանական լինի, թագավորությանս կեսը կտամ նրան>>:

Պալատ է գալիս է մի ծեր այգեպան և ասում. -

Թագավորն ապրած կենա, իմ այգում խնձորենիներ ու տանձենիներ եմ տնկել: Յուրաքանչյուր տանձենու համար 1մ հեռավորության վրա ճիշտ 10 խնձորենի է աճում, սակայն, տանձենիները շատ են խնձորենիներից:

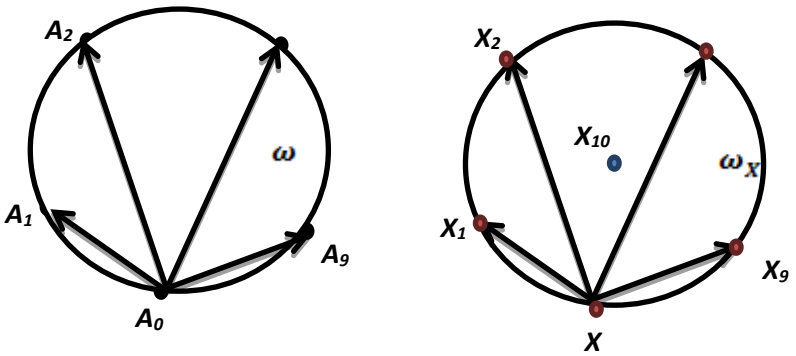
-Չի՛ կարող պատահել, -բղավում է թագավորը:

Օգնեք ծերունուն բացատրել այս խնդիրը:

Լուծում: Ապացուցենք, որ այգեպանի պայմանին բավարարող (յուրաքանչյուր տանձենուց ուղիղ 1 մ հեռավորության վրա կա ճիշտ 10 խնձորենի) այգում կամայական M տիրույթին, որը կազմված է n տանձենիներից և k խնձորենիներից, կարելի է ավելացնել ևս մի քանի տանձենիներ և խնձորենիներ, չխախտելով պայմանը, այնպես, որ $\frac{n}{k}$ –ը՝ տանձենիների քանակի հարաբերությունը խնձորենիների քանակին ավելանա:

Կամայական 1մ շառավղով ω շրջանագծի վրա նշենք 10 կետեր՝ $A_0,\ A_1, \dots, A_9$: Այգու M տիրույթի կամայական X ծառի վրա տեղադրենք $\overrightarrow{A_0A_1},\ \dots,\ \overrightarrow{A_0A_9}$ վեկտորները և նրանց ծայրերին տեղադրենք $X_1,\ X_2, \dots, X_9$ նույն տեսակի ծառեր՝ ինչ որ X ծառն է: $X_1,\ X_2, \dots, X_9$ կետերը ընկած կլինեն ω_X շրջանագծի վրա, որը ստացվելէ ω շրջանը $\overrightarrow{A_0X}$ վեկտորով տեղափոխելիս: Եթե X ծառը խնձորենի է, ապա տվյալ շրջանի կենտրոնում տեղադրենք X_{10} տանձենի: Արված տեղադրումների արդյունքում այգում կավելանա ևս 9 այդպիսի տիրույթներ,որոնք նորից կբավարարեն այգեպանի պայմաններին: Ընդ որում ծառերի նոր հարաբերությունը կլինի $\frac{10n+k}{10k} = \frac{n}{k} + 0{,}1$:

Այժմ դիտարկենք այգու M_1 տիրույթը, որը կազմված 1 տանձենուց և 1մ շառավղով շրջանագծի վրա դասավորված 10 խնձորենիներից: Նրա համար $\frac{n}{k} = 0{,}1$: Նկարագրված եղանակով M_1 տիրույթին ավելացնենք M_2 տիրույթը, M_2-ին՝ M_3-ը, և այսպես շարունակ: 11-րդ տիրույթի ավելացումից հետո այդ հարաբերությունը կլինի $0{,}1 + 10 \cdot 0{,}1 = 1{,}1 > 1$: Հետևաբար այգեպանի պայմանը տեղի կունենա:



Մաթեմատիկայի առարկայական հանձնաժողովի նախագահ՝ ֆիզմաթ գ/թ, դոցենտ, վաստակավոր մանկավարժ

Մ. Մութաֆյան