

VIII դասարան

Ա-1, Բ-1 x, y, z բնական թվերը բավարարում են $x^2 + y^2 = 2z^2$ հավասարությանը:

Ապացուցեք, որ $\frac{(2z-x-y)(2z-x+y)}{2}$ արտահայտության արժեքը բնական թվի քանակուսի է:

Լուծում :

$$A = \frac{(2z-x-y)(2z-x+y)}{2} = \frac{(2z-x)^2 - y^2}{2} = \frac{4z^2 - 4zx + x^2 - y^2}{2} = \frac{4z^2 - 4zx + x^2 - (2z^2 - x^2)}{2} = \frac{2z^2 - 4xz + 2x^2}{2} = (x-z)^2$$

$$* A = \frac{(2z-x-y)(2z-x+y)}{2} = \frac{(2z-x)^2 - y^2}{2} = \frac{4z^2 - 4zx + x^2 - y^2}{2} \quad +2 \text{ միավոր}$$

Եթե որևէ ձևով օգտագործել է $x^2 + y^2 = 2z^2$ պայմանը: $+1$ միավոր

Խնդիրը ավարտել է: 7 միավոր

2) **Ա-2, Բ-3** Դիցուք a, b, c թվերը բնական են: Հայտնի է, որ $a^3 b^5 c^6$ թիվը բնական թվի յոթերորդաստիճան է: Ապացուցել, որ $a^5 b^6 c^3$ նույնպես որևէ բնական թվի յոթերորդաստիճան է:

Լուծում 1: Դիցուք p պարզ թիվը a, b, c թվերի վերլուծության մեջ մտնում է x, y, z աստիճանացույցերով: Այդ դեպքում՝ $3a + 5b + 6c : 7$: $+2$ միավոր

Պետք է ապացուցել, որ $5x + 6y + 3z : 7$: Քան $3x + 5y + 6z : 7$, ապա

$$4(3x + 5y + 6z) = 7(x + 2y + 3z) + 5x + 6y + 3z$$

և հետևաբար $5x + 6y + 3z : 7$: 7 միավոր

Դիտողություն: Եթե խնդիրը բերվել է x, y, z թվերի որևէ գծային կոմբինացիայի, որը բաժանվում է 7 -ի: $+1$ միավոր

Լուծում 2: Դիցուք $a^3 b^5 c^6 = x^7$: Այդ դեպքում

$$x^{28} = (x^7)^4 = a^{12} b^{15} c^{24} = (ab^2 c^3)^7 \cdot a^5 b^6 c^3$$

հետևաբար $a^5 b^6 c^3 = y^7$: 7 միավոր

Դիտողություն: Եթե ստացվել է $a^q b^r c^t$ տեսքի թիվ, որը որևէ բնական թվի յոթաստիճան է: 3 միավոր

3) **Բ-2** Ֆիզիկայի ուսուցիչը պարզել է, որ մաթեմատիկա առարկան չի սիրում դասարանի աշակերտներից ավելի քան 3,5%-ը, իսկ մաթեմատիկայի ուսուցիչը պարզել է, որ մաթեմատիկա առարկան սիրում է նույն դասարանի աշակերտներից ավելի քան 95,5%-ը: Գտնել դասարանի աշակերտների հնարավոր նվազագույն քանակը:

Լուծում: Քանի որ մաթեմատիկա չսիրողների քանակությունը 0 տոկոս չէ, ուրեմն կա առնվազն մեկ մաթեմատիկա չսիրող աշակերտ: + 2 միավոր

Նա կազմում է դասարանի աշակերտների ոչ ավելի քան 4.5 տոկոսը: Հետևաբար դասարանի աշակերտների քանակը առնվազն $\frac{100}{4.5} = 22\frac{2}{9}$ է, այսինքն կա գոնե 23 աշակերտ: + 3 միավոր

Մնում է համոզվել, որ 23 աշակերտանոց դասարանը, որում կա 1 մաթեմատիկա չսիրող աշակերտ բավարարում է խնդրի պայմաններին: + 2 միավոր

4) **Ա-3** Գտեք 2017-ի բաժանվող այն 10-անիշ թվերի քանակը, որոնց վերջին չորս թվանշանները շնչելուց ստացված 6- անիշ թիվը բաժանվում է 2017-ի, իսկ վերջին հինգ թվանշանները շնչելուց ստացված 5- անիշ թիվը նույնպես բաժանվում է 2017-ի:

Լուծում : Քանի, որ 10-անիշ թվի առաջին հինգ և վեց թվանշաններով կազմված թիվը բաժանվում է 2017-ի, հետևաբար նրա վեցերորդ թվանշանը 0-ն է:

+ 1 միավոր

Քանի, որ $10^4 \leq 2017k < 10^5$, որտեղից $5 \leq k < 50$, հետևաբար 2017-ին բազմապատիկ հնգանիշ թվերի քանակը 45 է: + 2 միավոր

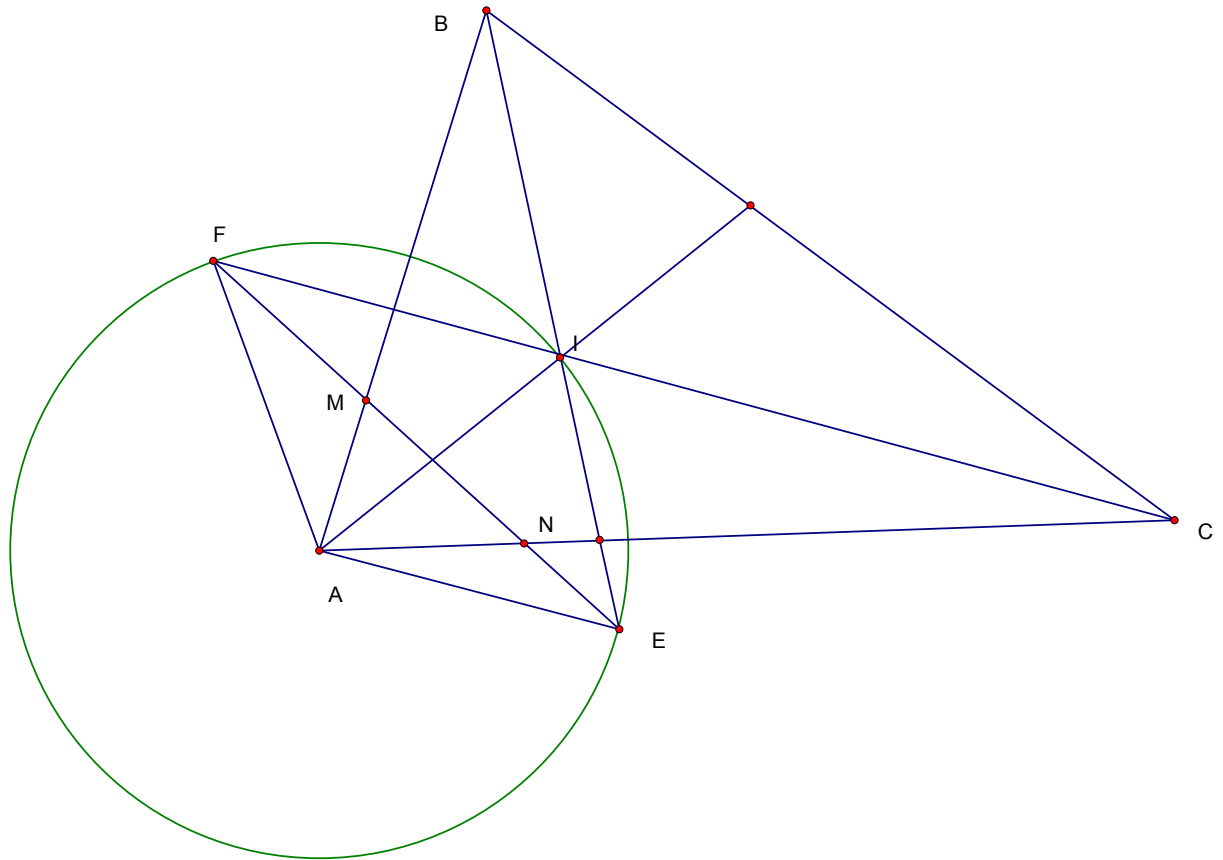
Քանի, որ 10-անիշ թիվը բաժանվում է 2017-ի, հետևաբար նրա վերջին չորս թվանշաններով կազմված **թիվը** նույնպես բաժանվում է 2017-ի, հետևաբար այն կարող է լինել՝ 0000, 2017, 4034, 6051, 8068: + 2 միավոր

Քանի, որ առաջին հինգ թվանշաններից կազմված ֆիքսած յուրաքանչյուր թվին համապատասխանում է 0000, 2017, 4034, 6051, 8068 **թվեր**-ից յուրաքանչյուրը, հետևաբար խնդրի պայմաններին բավարարում է $45 \cdot 5 = 225$ թիվ: + 2 միավոր

Դիտողություն: Եթե գրված չէ 0000, 2017, 4034, 6051, 8068 **թվեր**-ից որևէ մեկը:

- 1 միավոր

5) Ա-4, Բ-4I –ն ABC եռանկյան կիսորդների հատման կետն է: A կենտրոնով և IA շառավիղով շրջանագիծը CI և BI ուղիղները հատում են I -ից տարբեր F և E կետերում: Ապացուցեք, որ $EF \parallel BC$:



Լուծում : Դիցուք $\angle A = 2\alpha, \angle B = 2\beta, \angle C = 2\gamma$: Այդ դեպքում

$\angle AEI = \angle AIE = \alpha + \beta \Rightarrow \angle IAE = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 2\gamma$, իսկ $2\gamma = \angle IAE = 2\angle EFI$ (միևնույն աղեղին հենված ներգծյալ և կենտրոնական անկյուններ), որտեղից $\angle EFC = \gamma$:

Ստացվեց, որ $\angle EFC = \angle BCF = \gamma$, որտեղից $EF \parallel BC$:

$$\angle AEI = \angle AIE = \alpha + \beta \quad + 2 \text{ միավոր}$$

$$\angle IAE = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 2\gamma \quad + 1 \text{ միավոր}$$

$$\angle EFC = \gamma \quad + 2 \text{ միավոր}$$

$$EF \parallel BC \quad + 2 \text{ միավոր}$$