ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-12-րդ դասարաններ

ԱՌԱՋԻՆ ՕՐ (մարտի 24)

1. Շախմատի փառատոնին մասնակցեցին 2000 հոգի, որոնք խառը կերպով իրար հետ խաղացին շախմատ, ընդ որում յուրաքանչյուր երկուսն իրար հետ խաղացին առավելագույնը մեկ անգամ: Փառատոնի ավարտին պարզվեց, որ իրար հետ խաղացած յուրաքանչյուր երկու հոգուց գոնե մեկը ամբողջ փառատոնի ընթացքում խաղացել է ոչ ավել քան 30 անգամ: Գտնել փառատոնում խաղացված խաղերի առավելագույն հնարավոր քանակը:
2. $ABCD$ զուգահեռագծի AB կողմի վրա նշված է E կետը: F և G կետերը համապատասխանաբար BCE և ADE եռանկյունների արտագծած շրջանագծերի կենտրոններն են: Ապացուցեք, որ FG հատվածի երկարությունը կախված չէ E կետի ընտրությունից:
3. Դիցուք տրված են

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-4} + \cdots + \frac{1}{x-2018}$$

և

$$g(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-5} + \cdots + \frac{1}{x-2017}$$

ֆունկցիաները: Ապացուցել, որ $0 < x < 2018$ միջակայքի ցանկացած իրական և ոչ ամբողջ թվի համար տեղի ունի

$$|f(x) - g(x)| > 2$$

անհավասարությունը:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր