

IX դասարան, երկրորդ օր

4) Լուծեք  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(2 - \frac{1}{xy}\right) = 2$  հավասարումը, որտեղ  $x, y$ -ը ամբողջ թվեր են:

Լուծում:  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(2 - \frac{1}{xy}\right) = 2 \Leftrightarrow x + y = \frac{2x^2y^2}{2xy - 1} \in \square$  +1 միավոր

$\frac{2x^2y^2}{2xy - 1} \in \square \Leftrightarrow \frac{4x^2y^2}{2xy - 1} \in \square$  քանի, որ  $(2, 2xy - 1) = 1$  +2 միավոր

$\frac{4x^2y^2}{2xy - 1} = \frac{(2xy - 1)(2xy + 1) - 1}{2xy - 1} = 2xy + 1 - \frac{1}{2xy - 1} \in \square$  +2 միավոր

,որտեղից  $2xy - 1 = 1$  կամ  $2xy - 1 = -1$ , հետևաբար  $xy = 1$  և  $x + y = 2$ , որտեղից  $x = y = 1$ :

+2 միավոր

5) Դիցուք  $p_1, p_2, \dots, p_k$  թվերը  $n > 1$  բնական թվի և  $n$ -ից փոքր բոլոր բնական թվերի բաժանելուց ստացված զույգ առ զույգ տարբեր մնացորդներն են: Գտեք  $n$ -ի բոլոր

արժեքները այնպես, որ  $p_1 + p_2 + \dots + p_k = n$ :

Լուծում: Դիցուք  $n = 2m$ : Այդ դեպքում  $n$ -ից փոքր բոլոր բնական թվերի բաժանելուց ստացված զույգ առ զույգ տարբեր մնացորդները  $1, 2, \dots, m-1$  թվերն են, +2 միավոր

հետևաբար  $1 + 2 + \dots + m - 1 = 2m \Leftrightarrow \frac{(m-1)m}{2} = 2m \Leftrightarrow m = 5 \Leftrightarrow n = 10$  : +2 միավոր

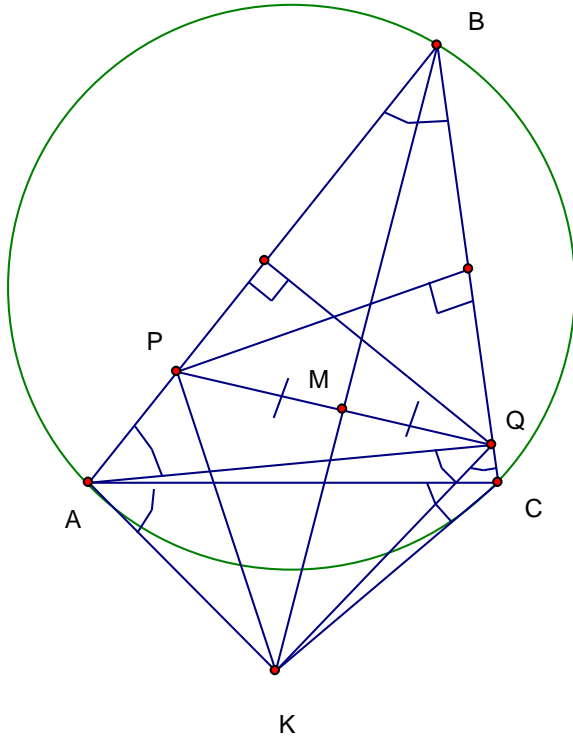
Եթե  $n = 2m + 1$ : Այդ դեպքում  $n$ -ից փոքր բոլոր բնական թվերի բաժանելուց ստացված զույգ

առ զույգ տարբեր մնացորդները թվերն են  $1, 2, \dots, m$ , հետևաբար

$1 + 2 + \dots + m = 2m \Leftrightarrow \frac{(m+1)m}{2} = 2m + 1$ , որը ամբողջ թվերով լուծում չունի: +3 միավոր

6)  $ABC$  եռանկյան արտագծած շրջանագծի  $A$  և  $C$  կետերում տարված շոշափողները հատվում են  $K$  կետում:  $AB$  կողմի միջնուղղահայացը  $BC$  կողմը հատում է  $Q$  կետում, իսկ  $BC$  կողմի միջնուղղահայացը  $AB$  կողմը հատում է  $P$  կետում: Դիցուք  $BK$  և  $PQ$  հատվածները հատվում են  $M$  կետում: Ապացուցեք, որ  $PM = QM$  :

Լուծում: Դիցուք  $\angle BAQ = \angle ABC = \alpha$  :



Այդ դեպքում  $\angle CAK = \angle ACK = \alpha \Rightarrow \angle AKC = 180^\circ - 2\alpha$  +1միավոր

և  $\angle AQC = 2\alpha$  , հետևաբար  $AQCK$  քառանկյանը կարելի է արտագծել շրջանագիծ, +2միավոր

որտեղից  $\angle KQC = \angle KAC = \alpha$  , հետևաբար  $KQ \parallel AB$  : +2միավոր

Նմանապես՝  $KQ \parallel AB$  , հետևաբար  $BPKQ$  քառանկյունը զուգահեռագիծ է, որտեղից՝  $PM = QM$  : +2միավոր