VIII դասարան, երկրորդ օր

4) Հայտնի է, որ a,b,c թվերը բավարարում են $ab+a+b\ge 0$ և $ac+c+a\ge 0$ պայմաններին: Ապացուցեք, որ $bc+b+c\ge -1$:

Լուծում: Քանի, որ $ab+a+b\ge 0 \Leftrightarrow (a+1)(b+1)\ge 0$, **2 միավոր**

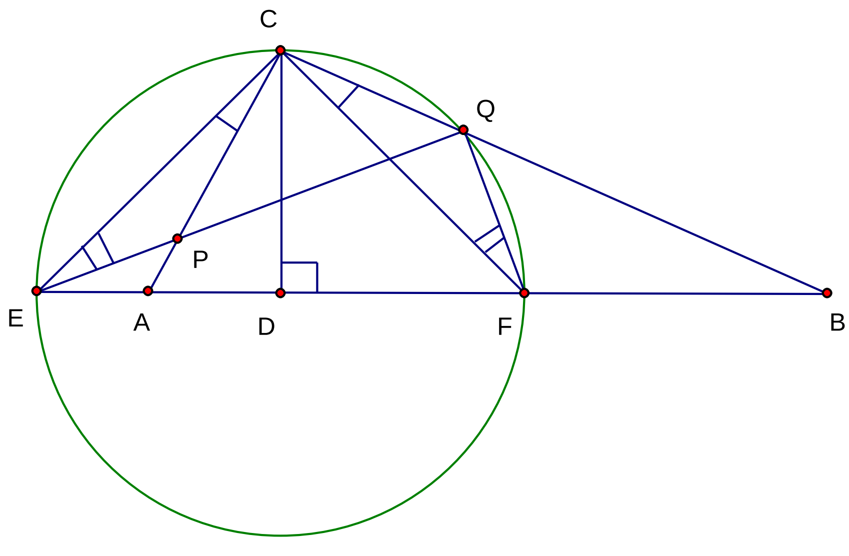
հետևաբար $a+1$ և $b+1$ թվերը նույն նշանի են: **+1 միավոր**

Նմանապես՝ $ac+a+c\ge 0 \Leftrightarrow (a+1)(c+1)\ge 0$, հետևաբար $a+1$ և $c+1$ թվերը նույն նշանի են: **+1 միավոր**

Այդ դեպքում $(b+1)(c+1)\ge 0 \Leftrightarrow bc+b+c\ge -1$: **+3միավոր**

5) CD–ն $ABC(\angle C=90^\circ)$ եռանկյան բարձրությունն է: D կենտրոնով և CD շառավիղով շրջանագիծը AB ուղիղը հատում է E և F կետերում (A–ն գտնվում է E և F կետերի միջև), իսկ BC հատվածը՝ Q կետում: Դիցուք EQ և AC հատվածները հատվում են P կետում: Ապացուցեք, որ $EP=QF$:

Լուծում: Քանի, որ $\angle ECF=\angle ACB=90^\circ$, հետևաբար $\angle ECP=\angle QCF$: **2 միավոր**



$CD\perp EF$ և $ED=DF$, հետևաբար ECF եռանկյունը հավասարասրուն է, որտեղից $EC=CF$: **+1 միավոր**

$\angle CEP=\angle CFQ$ (հենված են CQ աղեղի վրա): **+1 միավոր**

Հետևաբար $\triangle CEA=CQF$, որտեղից $EP=QF$: **+3 միավոր**

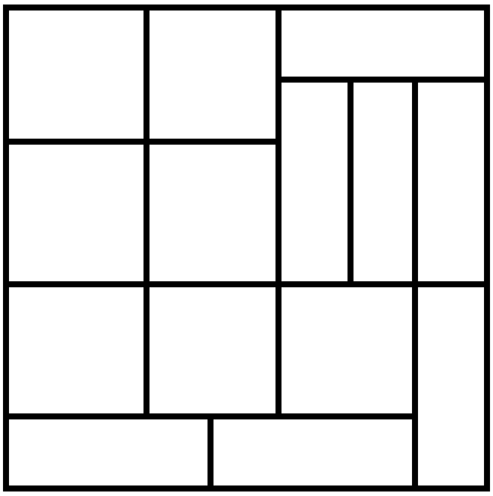
6) Գտեք բոլոր n բնական թվերը, որոնց համար $n \times n$ չափանի տախտակը հնարավոր է ծածկել օգտագործելով հավասար քանակությամբ 2×2 և 3×1 չափանի ուղղանկյուններ:

Լուծում: Ենթադրենք 2×2 և 3×1 չափանի ուղղանկյունները օգտագործվել է m անգամ: Այդ դեպքում $4m+3m=n^2$, **1 միավոր**

Հետևաբար $n=7p$ **+1 միավոր**

հետևաբար n –ի հնարավոր փոքրագույն արժեքը 7 –ն է: **+2 միավոր**

7×7 չափանի աղյուսակի լրացումը՝ տես նկարում: **+3 միավոր**



Հետևաբար խնդրի պայմաններին բավարարում են $n=7p$ թվերը: +2 միավոր