

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱՅԻ ՆԱՆՐԱՊԵՏԱԿԱՆ ՕԼԻՄՊԻԱԴԱ

11-րդ դասարան

Առաջին օր (25 մարտի 2017թ)

1. Դիցուք $f(x) = x^2 + x - a^2$ ֆունկցիան (a -ն փրկված իրական թիվ է): Ապացուցել, որ $f(f(x)) = 0$ հավասարումն ունի առնվազն երկու իրական արմատներ:
2. Դիցուք ABC եռանկյանը ներգծած I կենտրոնով շրջանագիծը AB և BC կողմերը շոշափում է համապատասխանաբար E և F կետերում: Դիցուք CI ուղիղը ABC եռանկյանն արագծած շրջանագիծը հատում է P կետում, իսկ EF և CP ուղիղները հատվում են T կետում: Նայրնի է, որ $PT = TI$: Գտնել $\angle ABC$ -ն:
3. Կոորդինատական հարթությունում փրկված են իրարից փարբեր A_1, A_2, \dots, A_n կետերը, որոնց կոորդինատները ամբողջ թվեր են: Կետերի (A_i, A_j) զույգը կոչվում է հեփաքրքիր, եթե $i < j$ և $A_i A_j$ հատվածի միջնակետի կոորդինատները ամբողջ թվեր են: Գտնել հեփաքրքիր զույգերի հնարավոր փոքրագույն քանակը:

Աշխատաժամանակը 4 ժամ

Յուրաքանչյուր խնդիր գնահատվում է առավելագույնը 7 միավոր