X դասարան, առաջին օր

1) Գոյություն ունի n բնական թիվ, որի համար տեղի ունի $n^2+S(n)+1=2017^{2018}$ հավասարությունը, որտեղ $S(n)$–ը n–ի թվանշանների գումարն է:

Լուծում: Դիցուք $n=\overline{a_1a_2\cdots a_k}$: Եթե $k=1$, ապա $S(n)=n$: Եթե $k>1$, ապա $S(n)=a_1+a_2+\cdots+a_k<10^{k-1}a_1+10^{k-2}a_2+\cdots+a_k=n$, հետևաբար $S(n)\le n$:Քանի, որ $n^2<n^2+S(n)+1\le n^2+n+1<(n+1)^2$, հետևաբար $n^2+S(n)+1\ne\left(2017^{1009}\right)^2=2017^{2018}$,քանի, որ հաջորդական լրիվ քառակուսիների միջև լրիվ քառակուսի լինել չի կարող:

2) $ABC(\angle C = 90^\circ)$ ուղղանկյուն եռանկյան AC էջի վրա տեղադրված է $CK = AB - AC$ հատվածը, իսկ CB էջի վրա $CE = AB - CB$ հատվածը: Ապացուցել, որ $\angle CBK + \angle CAE = 45^0$:

Լուծում 1: AC ճառագայթի վրա տեղադրենք $CG = CK$ հատվածը: Այդ դեպքում՝

$AG = AC + CG = AC + AB - AC = AB$, հետևաբար

$\angle AGB = 90^0 - \angle GBC = 90^0 - \angle CBK$, մյուս կողմից $\angle AGB = 90^0 - \dfrac{\angle A}{2}$: Ուստի $\angle CBK = \dfrac{\angle A}{2}$:

$BF = BC + CF = BC + AB - BC = AB$, հետևաբար

$$\angle F = \angle BAF = 90^0 - \frac{\angle ABF}{2} = 90^0 - \frac{90^0 - \angle A}{2} = \frac{90^0 + \angle A}{2}$$: Ուստի

$$\angle EAC = \angle CAF = 90^0 - \angle F = 90^0 - \frac{90^0 + \angle A}{2} = \frac{90^0 - \angle A}{2}$$:

$$\angle CBK + \angle CAE = \frac{\angle A}{2} + \frac{90^0 - \angle A}{2} = 45^0$$:

3) Դիցուք 10 x 10 չափանի վանդակավոր աղյուսակի յուրաքանչյուր վանդակում գրված է դրական թվանշան: Հայտնի է, որ տողերից յուրաքանչյուրում ստացված 10-անիշ թիվը բաժանվում է 11–ի, իսկ սկունակներում գրված թվերից (թիվը կարդացվում է վերևից ներքև) ճիշտ n հատն է բաժանվում 11–ի: Գտնել n-ի բոլոր հնարավոր արժեքները:

Լուծում: 10×10 չափի վանդակավոր աղյուսակը ներկենք շախմատաձև` սև և սպիտակ: Քանի, որ յուրաքանչյուր տողում սև և սպիտակ վանդակներում գրված թվերի տարբերությունը բաժանվում է 11-ի, հետևաբար բոլոր սև վանդակներում գրված թվերի գումարի և բոլոր սպիտակ վանդակներում գրված թվերի գումարի տարբերությունը նույնպես կբաժանվի 11-ի: Եթե 9 սյունակներից յուրաքանչյուրում գրված 10-անիշ թիվը բաժանվում է 11-ի, ապա մնացած մեկ սյունակում գրված 10-անիշ թիվը նույնպես կբաժանվի 11-ի: Հետևաբար n-ը չի կարող հավասար լինել 9-ի: Ահա օրինակներ 0,1,2,3,4,5,6,7,8,10 դեպքերի համար:

n=0

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

n=1

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	3	3	1	2	2	2	2	2	2
1	4	5	2	3	3	3	3	3	3

n=2

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	3	3	3	3	3	3	3	3

n=3

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	3	3	1	2	2	2	2
1	1	1	4	5	2	3	3	3	3

n=4

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

n=5

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	3	3	3

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	3	3	1	2	2
1	1	1	1	1	4	5	2	3	3

n=6

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	3	3	3	3

n=7

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	3	3	1
1	1	1	1	1	1	1	4	5	2

n=8

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	3	3

n=10

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1