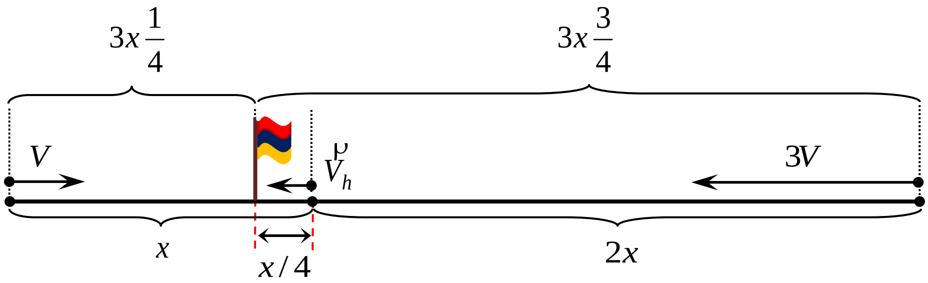
Հանրապետական միջվարժարանային օլիմպիադա
Գյումրի, «Ֆոտոն» վարժարան, 2018 թ.
9-10 րդ. դաս.

1. Ուղիղ ճանապարհի վրա գտնվում են հեծանվորդը, մոտոցիկլավարն ու հետիոտնը: Ժամանակի սկզբնապահին հետիոտնը գտնվում է հեծանվորդի և մոտոցիկլավարի միջև և նրա հեռավորությունը հեծանվորդից երկու անգամ փոքր է մոտոցիկլավարից ունեցած հեռավորությունից: Հեծանվորդն ու մոտոցիկլավարը սկսում են շարժվել իրար ընդառաջ համապատասխանաբար՝ 20 կմ/ժ և 60 կմ/ժ արագություններով: Նրանց հետ միաժամանակ ի՞նչ արագությամբ պետք է սկսի շարժվել հետիոտնը, որպեսզի հանդիպի մոտոցիկլավարին և հեծանվորդին նրանց հանդիպման տեղում: (5 միավոր)

Լուծում: Հետիոտնից հեծանվորդն եղած հեռավորությունը նշանակենք x - ով, հետիոտնից մոտոցիկլավարը՝ $2x$ - ով: Քանի որ հեծանվի արագությունը երեք անգամ փոքր է մոտոցիկլի արագությունից և նրանց միջև եղած նախնական



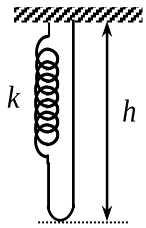
հեռավորությունը $3x$ է, ապա մինչը հանդիպումը հեծանվորդը կանցնի $3x\frac{1}{4}$ ճանապարհ, իսկ մոտոցիկլավարը՝ $3x\frac{3}{4}$ ճանապարհ: Գծագրից ակնհայտ է, որ այդ ընթացքում հետիոտնը պետք է անցնի $\frac{x}{4}$ ճանապարհ: Այժմ հեծանվորդի և հետիոտնի շարժումների համար կունենանք.

$$\frac{3x}{4} = 20t\ ,\quad \frac{x}{4} = V_h t$$

Այս հավասարությունների հարաբերությունից ստանում ենք

$$V_h = \frac{20}{3}\ \text{կմ/ժ:}$$

2. m զանգված և l երկարություն ունեցող բարակ, ճկուն, չձգվող պարանը կապում են մի ծայրից կախված k կոշտությամբ և l_0 երկարությամբ անկշիռ զսպանակից, իսկ պարանի մյուս ծայրը ամրացնում են նույն բարձրության վրա: Գտեք կախման կետից պարանի ստորին եզրի h հեռավորությունը: (5 միավոր)



Լուծում: Նկարից պարզ է, որ $2h = l + l_0 + x$, որտեղ x - ը զսպանակի երկարացումն է: Այն որոշելու համար հաշվենք պարանի զսպանակին ամրացված ծայրից մինչև ստորին կետի Δm զանգվածը: Պարանի միավոր երկարության զանգվածը՝ $\rho = m/l$: Պարանի ձախ մասի երկարությունը $l - h$ է, հետևաբար՝ $\Delta m = \rho(l-h) = m(l-h)/l$: Պարանի հավասարակշռության պայմանից հետևում է, որ $kx = \Delta mg = mg(l-h)/l$: Ստացված հավասարումների համատեղ լուծումից ստանում ենք. $h = \dfrac{l(kl + kl_0 + mg)}{2kl + mg}$:

3. $S_0 = 10$ սմ² հատույթի մակերեսով անոթը լցված է $h_0 = 1{,}5$ սմ բարձրությամբ ջրով: Ջրի մեջ մտցնում են $a = 1$ սմ կողմով $\rho = 0{,}4$ գ/սմ³ խտությամբ փայտե խորանարդ, նրա վրա դնում են նմանատիպ երկրորդը և այսպես շարունակ՝ ստանալով խորանարդների ուղղահայաց սյուն: Ամենաշատը քա՞նի խորանարդ կարելի է տեղադրել, որպեսզի դրանցից ստորինը դեռևս չհասնի անոթի հատակին: Համարել, որ պրոցեսի ընթացքում ջուրը չի թափվում անոթից: Ջրի խտությունը $\rho_0 = 1$ գ/սմ³ է:
(5 միավոր)

Լուծում: Դիտարկենք այն սահմանային դեպքը, երբ ստորին խորանարդի ներքևի նիստը արդեն հպվում է անոթի հատակին: N քանակությամբ խորանարդների հավասարակշռության պայմանը կլինի

$$N\rho a^3 g = \rho_0 g a^2 h,$$

որտեղ h - ը խորանարդների այսն ընկղմված վիճակում ջրի բարձրությունն է: Մյուս կողմից՝ $(S_0 - a^2)h = S_0 h_0$, և

$$h = \frac{S_0 h_0}{S_0 - a^2}:$$

Այսպիսով ստանում ենք

$$N\rho a = \rho_0 \frac{S_0 h_0}{S_0 - a^2},$$

որտեղից էլ

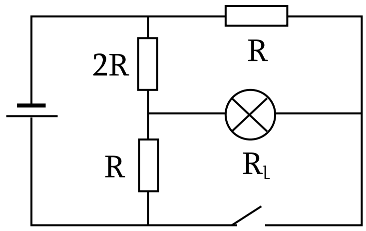
$$N = \rho_0 \frac{S_0 h_0}{\rho a(S_0 - a^2)} \approx 4.17:$$

Ստացվածից պարզ է դառնում, որ որպեսզի խորանարդների այսն հիմքը չհասնի անոթի հատակին կարելի է միմյանց վրա տեղադրել առավելագույնը $N = [4.17] = 4$ խորանարդներ:

4. Դյուարի անոթը պարունակում է $t_1 = -195^0 C$ ջերմաստիճանի $V = 1$լ ծավալով հեղուկ ազոտ: Հայտնի է, որ $\tau_1 = 1$ օրում գոլորշացել է այդ ազոտի կեսը: Եթե այդ նույն անոթում ազոտի փոխարեն լինի $t_2 = 0^0 C$ - ի սառույց, ապա $\tau_2 = 22.5$ ժամում կհալվի $m_2 = 20$ գ սառույց:

Շրջակա միջավայրի ջերմաստիճանը հաստատուն է և հավասար է $t = 20^0 C$: Հեղուկ ազոտի խտությունը $\rho = 800$ կգ/մ³ է: Այս տվյալներով որոշել հեղուկ ազոտի r շոգեգոյացման տեսակարար ջերմությունը: Սառույցի համար՝ $\lambda = 3.3 \cdot 10^5$ Ջ/կգ:
(5 միավոր)

Լուծում: Ջերմահաղորդման հզորությունը ուղիղ համեմատական է ջերմաստիճանների տարբերությանը: Հետևաբար ազոտի գոլորշիացման համար կարող ենք գրել՝ $\frac{\rho V}{2} r = k(t - t_1)\tau_1$, որտեղ k - ն հաստատուն գործակից է, իսկ սառույցի հալման համար՝ $m_2 \lambda = k(t - t_2)\tau_2$: Ստացված արտահայտությունների հարաբերումից կունենանք $\frac{\rho V r}{2 m_2 \lambda} = \frac{(t - t_1)\tau_1}{(t - t_2)\tau_2}$, որտեղից՝ $r = \frac{2 m_2 \lambda (t - t_1)\tau_1}{\rho V (t - t_2)\tau_2} = 18.92 \cdot 10^4$ Ջ/կգ:



5. Շղթայում աղբյուրի լարումը 54Վ, R=90 Օմ, R_L=30 Օմ: Գտնել լամպի հզորությունը բանալին փակ վիճակում:
(5 միավոր)

Լուծում: Բանալու փակ վիճակում ստորին R ռեզիստորը և R_1 դիմադրությամբ լամպը միացված են զուգահեռ և դրանց ընդհանուր դիմադրությունը $\frac{R R_1}{R + R_1} = 22.5$ Օմ է: Նշված միացումը $2R$ - ի հետ միացված է հաջորդաբար: Ուստի $\frac{54 - U}{2R} = \frac{U}{22.5}$, որտեղից լամպի վրա լարման անկման համար ստանում ենք՝ $U = 6$Վ: Հետևաբար լամպի հզորությունը կլինի՝ $P = \frac{U^2}{R} = 1.2$ Վտ:

Հանրապետական միջվարժարանային օլիմպիադա
Գյումրի, «Ֆոտոն» վարժարան, 2018 թ.
11-12 րդ. դաս.

1. Ուղղագիծ շարժվող մարմինը 8 վ - ում անցել է 60 մ ճանապարհ: Առաջին 4 վ - ում այն կատարել է հավասարաչափ արագացող շարժում, որից հետո շարժվել է հավասարաչափ՝ 8 մ/վ արագությամբ: Որքա՞ն ճանապարհ է անցել մարմինն առաջին 2 վ - ում: Որքա՞ն է մարմնի արագությունը 2 վ պահին: Որքա՞ն ճանապարհ է անցել մարմինն առաջին 6 վ - ում: (4 միավոր)

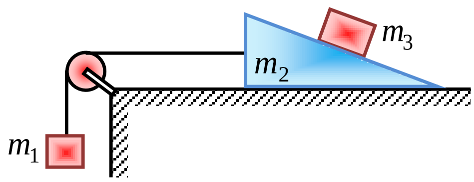
Լուծում: Փաստորեն մարմինը $t_1 = 4$ վ ժամանակ կատարել է հավասարաչափ արագացող շարժում, իսկ այնուհետ $t_2 = 4$ վ - ում էլ շարունակել է շարժվել այն $v = 8$ մ/վ արագությամբ՝ ինչը ձեռք էր բերել արագացող շարժման ընթացքում: Շարժման երկրորդ տեղամասում մարմինը շարժվելով հավասարաչափ անցել է $S_2 = vt_2 = 32$մ ճանապարհ: Առաջին՝ արագացող շարժման տեղամասում մարմնի անցած ճանապարհը կլինի՝ $S_1 = S - S_2 = 28$մ: Օգտվելով $S_1 = \frac{v_0 + v}{2} t_1$ բանաձևից մարմնի v_0 սկզբնական արագության համար ստանում ենք հետևյալ արժեքը՝ $v_0 = 6$մ/վ: Արագացման համար կունենանք՝ $a = \frac{v - v_0}{t_1} = 0.5$ մ/վ² : Այժմ, արդեն ունենալով մարմնի սկզբնական արագությունն ու արագացումը հեշտությամբ կարելի է որոշել մարմնի անցած ճանապարհը առաջին $t' = 2$ վ - ում.

$$S' = v_0 t' + \frac{at'^2}{2} = 13 \text{ մ:}$$

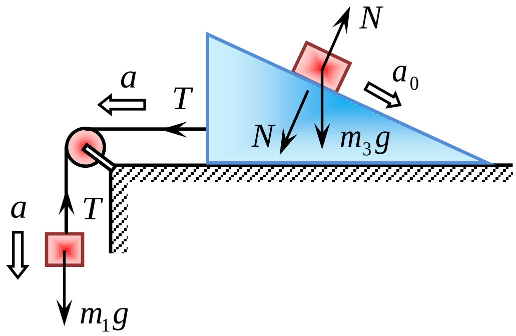
$t' = 2$ վ պահին մարմնի արագությունը կլինի $v' = v_0 + at' = 7$ մ/վ:

Շարժման վերջին երկու վայրկյանների ընթացքում մարմինը շարժվելով հավասարաչափ անցել է 16 մ ճանապարհ: Հետևաբար շարժման առաջին 6 վ - ում մարմնի անցած ճանապարհը կլինի 60 մ - 16 մ = 44 մ:

2. Որոշել նկարում պատկերված մեխանիկական համակարգում m_1, m_2 և m_3 մարմինների արագացումները: Սեպի հիմքի անկյունը α է: Շփումը, ճախարակի և թելի զանգվածներն անտեսել: (5 միավոր)



Լուծում: Քանի որ թելը չձգվող է, ապա m_1 և m_2 զանգվածներով մարմինների արագացումների մոդուլները հավասար են՝ $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$: Եթե m_3 զանգվածով մարմնի հարաբերական արագացումը սեպի նկատմամբ նշանակենք $\vec{a}_0$, ապա $\vec{a}_3 = \vec{a}_2 + \vec{a}_0$: Գծագրում պատկերված են m_1 և m_3 զանգվածներով մարմինների վրա ազդող բոլոր ուժերը, իսկ սեպի վրա պատկերված են միայն այն ուժերը, որոնց բաղադրիչները սեպի արագացման ուղղությամբ ոչ զրոյական են: Քննարկվող մարմինների համար Նյուտոնի 2-րդ օրենքն արտահայտող վեկտորական հավասարումների պրոյեկտումից ստանում ենք



$$m_1 g - T = m_1 a$$
$$N\sin\alpha + T = m_2 a$$
$$m_3 g\cos\alpha - N = m_3 a\sin\alpha$$
$$m_3 g\sin\alpha = m_3\left(a_0 - a\cos\alpha\right)$$

Ստացված համակարգի առաջին և երկրորդ հավասարումները գումարելով կստանանք

$$m_1 g + N\sin\alpha = \left(m_1 + m_2\right)a:$$

Ստացվածին գումարենք համակարգի երրորդ հավասարումը նախապես այն բազմապատկելով $\sin\alpha$ - ով: Արդյունքում կունենանք

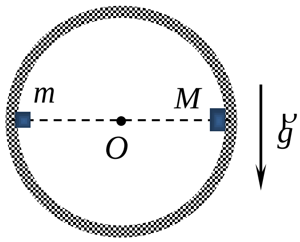
$$m_1 g + m_3 g\sin\alpha\cos\alpha = \left(m_1 + m_2 + m_3\sin^2\alpha\right)a:$$

Այսպիսով՝ $$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a = \frac{m_1 + m_3\sin\alpha\cos\alpha}{m_1 + m_2 + m_3\sin^2\alpha}g:$$

Չորրորդ հավասարումից ունենք, որ $a_0 = g\sin\alpha + a\cos\alpha$: Քանի որ $\vec{a}_3 = \vec{a}_2 + \vec{a}_0, |\vec{a}_2| = a$ և $\vec{a}_2$ ու $\vec{a}_0$ վեկտորների կազմած անկյունը $180^0 - \alpha$ - է, ստանում ենք

$$a_3 = \sqrt{a^2 + a_0^2 - 2aa_0\cos\alpha} = \sqrt{a^2 + g^2}\sin\alpha:$$

3. Ներքին ողորկ պատերով գլանաձև խողովակում գտնվող m և M զանգվածներով ($M > m$) մարմինները միաժամանակ բաց են թողնում: M/m հարաբերության ինչ նվազագույն արժեքի դեպքում բախումից հետո m զանգվածով մարմինը գլանից չպոկվելով կհասնի նրա վերին կետին: (5 միավոր)



Լուծում: Էներգիայի պահպանման օրենքից ստանում ենք, որ հարվածից առաջ երկու մարմինների արագությունն էլ կլինի

$$V_0 = \sqrt{2gR}:$$

Օղակի ստորին կետում մարմինները կբախվեն, և որպեսզի դրանից հետո m զանգվածով մարմինը հասնի գագաթին անհրաժեշտ է, որ այն ունենա նվազագույնը $\sqrt{5gR} = \sqrt{2.5}V_0$ արագություն:

Բացարձակ առաձգական հարվածի համար գրենք իմպուլսի և էներգիայի պահպանման օրենքները.

$$MV_0 - mV_0 = Mu + mV$$
$$\frac{MV_0^2}{2} + \frac{mV_0^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mV^2}{2}$$

Այս համակարգից արտաքսելով u - ն բախումից հետո m զանգվածով մարմինի V արագության համար ստանում ենք հետևյալ քառակուսի հավասարումը

$$(1+k)V^2 - 2(k-1)V_0V - (3k-1)V_0^2 = 0,$$

որտեղ $k = \frac{M}{m}$ ։

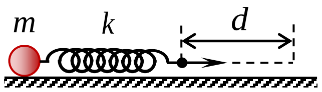
Ստացված հավասարման դրական արմատը կլինի

$$V = \frac{3k-1}{k+1}V_0,$$

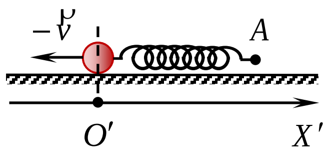
որը պետք է բավարարի $V \ge \sqrt{2.5}V_0$ պայմանին։ Այսպիսով որոնելի k մեծության համար ստանում ենք

$$k \ge \frac{1+\sqrt{2.5}}{3-\sqrt{2.5}} \approx 1.82 \text{ ։}$$

4. Նախապես չդեֆորմացված և անշարժ, k կոշտությամբ զսպանակի մի ծայրից ամրացված է m զանգվածով գնդիկ։ Զսպանակի ազատ ծայրը սկսում են զսպանակի երկայնքով հաստատուն արագությամբ քաշել սկզբնական դիրքից d հեռավորությամբ և ապա կտրուկ կանգնեցնում են։ Զսպանակի այդ ծայրի ի՞նչ v արագության դեպքում այն կանգնելուց հետո գնդիկը չի տատանվի։ Շփման ուժերն անտեսել։ (5 միավոր)



Լուծում: Խնդիրը քննարկենք այն հաշվարկման համակարգի նկատմամբ, որի նկատմամբ զսպանակի ազատ A ծայրակետը միշտ գտնվում է դադարի վիճակում։ Այդ համակարգը իներցիալ է, քանի, որ Երկրի նկատմամբ շարժվում է $\vec{v}$ հաստատուն արագությամբ։ Նշված շարժվող համակարգում ժամանակի սկզբնական պահին զսպանակը դեֆորմացված չէ և գնդիկի արագությունը $-\vec{v}$ է։ Շարժվող համակարգում կոորդինատային $O'X'$ առանցքը ուղղորդենք զսպանակի երկայնքով՝ դեպի աջ՝ որպես O' սկզբնակետ ընտրելով գնդիկի սկզբնական դիրքը։ Պարզ է, որ այս համակարգում գնդիկը կկատարի ներդաշնակ տատանումներ O' կետի շուրջ՝



$$v'_x = -v\cos\omega t,$$

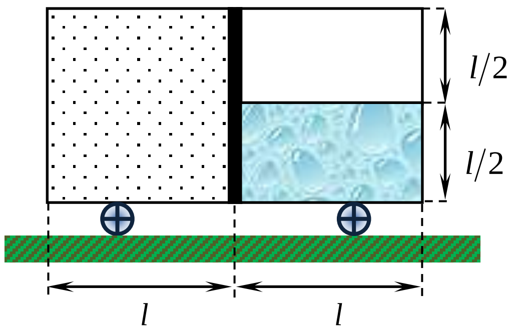
որտեղ $\omega = \sqrt{k/m}$ - ը տատանումների շրջանային հաճախությունն է։ Այժմ անցում կատարենք Երկրի հետ կապված հաշվարկման համակարգ և կոորդինատային OX առանցքը կրկին ուղղորդենք դեպի աջ։ Օգտվելով արագությունների գումարման բանաձևից Երկրի նկատմամբ գնդիկի արագության պրեյեկցիայի համար ստանում ենք՝

$$v_x = v + v'_x = v(1-\cos\omega t):$$

Մինչև կանգնելը զսպանակի A ծայրակետի շարժման տևողությունը $\tau = d/v$ է: Ակնհայտ է, որ A կետի կանգնելուց հետո գնդիկը տատանումներ չի կատարի, եթե ժամանակի τ պահին նրա արագությունը լինի զրո, որտեղից էլ ստանում ենք՝

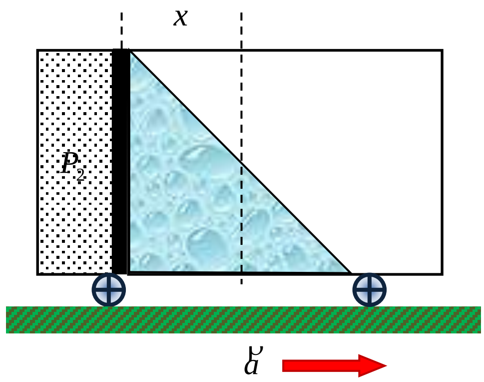
$$v = \frac{d}{2\pi n}\sqrt{\frac{k}{m}}\ , \ n = 1,2,... :$$

5. Հերմետիկ պատերով ուղղանկյուն անոթի ձախ մասում գտնվում է գազ, որը շարժական բարակ անկշիռ մխոցով բաժանված է աջ մասում գտնվող սնդիկից: Սնդիկի վերևում վակուում է: Սկզբնական պահին մխոցը գտնվում է հավասարակշռության վիճակում և բաժանում է անոթը երկու հավասար մասերի: Ինչքա՞ն կտեղաշարժվի մխոցը, եթե անոթը $a = g$ արագացմամբ շարժվի դեպի աջ: Պրոցեսն համարել իզոթերմ: Շփում չկա: Անոթի երկարությունը $2l$ է, բարձրությունը՝ l, իսկ սնդիկի սկզբնական բարձրությունը՝ $l/2$:



(6 միավոր)

Լուծում: Մխոցի հավասարակշռության պայմանն է՝ $P_1 S = \rho g \frac{l}{4}\frac{S}{2} \Rightarrow P_1 = \rho g \frac{l}{8}$:



Արագացմամբ շարժվելիս սնդիկը թեքվում է 45^0-ով և ստանում սեպի տեսք: Այս դեպքում համաձայն Նյուտոնի երկրորդ օրենքի՝ $P_2 S = ma = mg$, որտեղ $m = \rho S l/2$ հետևաբար՝ $P_2 = \rho g \frac{l}{2}$:

Համաձայն Բոյլ-Մարիոտի օրենքի՝ $P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow$ $\rho g \frac{l}{8} V_1 = \rho g \frac{l}{2} V_2 \Rightarrow V_1 = 4V_2 \Rightarrow l = 4(l-x)$, և մխոցի տեղափոխության համար ստանում ենք $x = 3l/4$: